

# ELECTRÓNICA DIGITAL



## NOCIONES DE ÁLGEBRA BOOLEANA

**FUNCIÓN  
BOOLEANA**

**TABLA DE LA  
VERDAD**

# FUNCIÓN BOOLEANA



Los operadores lógicos booleanos aplicados a un conjunto de variables forman las expresiones o funciones lógicas booleanas.

**Expresión o Función Booleana:** Sucesión de símbolos correspondientes a variables booleanas, relacionados mediante operadores booleanos, que da lugar a uno de dos posibles valores: “1” (verdadero) o “0” (falso), conocidos como valores booleanos o constantes booleanas.

Para  $n$  variables booleanas ( $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ ) podemos definir una función booleana  $f$  de  $n$  variables como  $f(x): B^n \rightarrow B$ , donde:

**$B^n$ :** Conjunto de partida (dominio de la función) de todas las posibles combinaciones de valores binarios ( $0$  ó  $1$ ) que puedan tomar las  $n$  variables.

**$B$ :** Conjunto de llegada (codominio de la función) de los dos únicos valores que puede tomar la función,  $B = \{0, 1\}$ .

# FUNCIÓN BOOLEANA (cont.)



Una función lógica booleana expresada en forma algebraica presenta las siguientes características:

1. Está formada por variables booleanas ( $A, B, C, \dots$ ), ( $X_1, X_2, X_3, \dots$ ).
2. Las variables se relacionan mediante los operadores booleanos **OR** (+), **AND** ( $\cdot$ ) y **NOT** ( $\bar{\quad}$ ), y sus operadores auxiliares.
3. Obedece a las propiedades del álgebra booleana (asociativa, distributiva, conmutativa, identidad, complemento y elemento neutro).
4. Puede evaluarse para diferentes combinaciones de valores binarios de las variables, es decir, el valor de la función (variable de salida) se obtiene sustituyendo en la función los valores de las variables de entrada y resolviendo las operaciones presentes en dicha función.

Ejemplos de funciones booleanas:  $F_1 = \bar{X} \cdot Y + X \cdot \bar{Z} + \bar{Y} \cdot \bar{Z}$ ,  $F_2 = \overline{A+B} + A \cdot B$

# TABLA DE LA VERDAD



El valor de una función booleana (variable de salida) se puede calcular a partir de los valores de las expresiones más simples (variables de entrada) que la componen y de los operadores booleanos, mediante un algoritmo llamado ***Tabla de la Verdad***.

**Tabla de La Verdad**: Es una estrategia lógica que permite establecer la validez de varias propuestas, determinando las condiciones necesarias para que sea verdadero un enunciado, mediante una tabla que muestra el valor de una proposición compuesta para cada combinación de valores que se pueda asignar a sus componentes.

Para cada operador booleano se puede obtener una tabla de la verdad calculando el valor de la función (variable de salida) a partir de las variables de entrada y su correspondiente operación booleana, para cada combinación de valores binarios de las variables de entrada. La tabla de la verdad de los operadores booleanos se muestran a continuación:

# TABLA DE LA VERDAD DE UNA FUNCIÓN BOOLEANA



La tabla de la verdad de una función booleana se obtiene evaluando dicha función para todas las diferentes combinaciones de valores binarios de las variables de entrada, y presenta las siguientes características:

1. Es una representación gráfica de todos los posibles casos que se pueden dar en una función lógica y sus resultados.
2. Despliega una lista de todas las combinaciones de valores posibles de niveles lógicos cero (**0**) y uno (**1**) que puedan tomar las entradas, y sus correspondientes niveles lógicos resultantes para la salida.
3. El número de combinaciones de valores de la entrada es igual a  $2^n$  para una función de  $n$  entradas.

Ejemplos de tabla de la verdad para las funciones booleanas **F1** y **F2** del apartado anterior:

# TABLA DE LA VERDAD DE UNA FUNCIÓN BOOLEANA (cont.)



$$1.- F_1 = \bar{X} \cdot Y + X \cdot \bar{Z} + \bar{Y} \cdot \bar{Z}$$

Variables de entrada:  $X, Y, Z$

Variable de salida:  $F_1$

$$n = 3$$

$$\text{N}^\circ \text{ de combinaciones: } 2^n = 2^3 = 8$$

X	Y	Z	F <sub>1</sub>
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$\leftarrow F_1 = \bar{0} \cdot 0 + 0 \cdot \bar{0} + \bar{0} \cdot \bar{0} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + \bar{0} = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{0} \cdot 0 + 0 \cdot \bar{1} + \bar{0} \cdot \bar{1} = 1 \cdot 0 + 0 \cdot 0 + \bar{0} = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{0} \cdot 1 + 0 \cdot \bar{0} + \bar{1} \cdot \bar{0} = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + \bar{0} = 1 + 0 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{0} \cdot 1 + 0 \cdot \bar{1} + \bar{1} \cdot \bar{1} = 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0 + \bar{1} = 1 + 0 + 0 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{1} \cdot 0 + 1 \cdot \bar{0} + \bar{0} \cdot \bar{0} = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + \bar{0} = 0 + 1 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{1} \cdot 0 + 1 \cdot \bar{1} + \bar{0} \cdot \bar{1} = 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + \bar{0} = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{1} \cdot 1 + 1 \cdot \bar{0} + \bar{1} \cdot \bar{0} = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + \bar{0} = 0 + 1 + 1 = 1$$

$$\leftarrow F_1 = \bar{1} \cdot 1 + 1 \cdot \bar{1} + \bar{1} \cdot \bar{1} = 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + \bar{1} = 0 + 0 + 0 = 0$$

# TABLA DE LA VERDAD DE UNA FUNCIÓN BOOLEANA (cont.)



Note que en el ejemplo anterior, cada valor de salida se calculó sustituyendo los niveles lógicos correspondientes a cada fila en la función booleana y realizando todas las operaciones presentes en la función. Este método, aunque válido, pudiera generar errores de cálculo, sobre todo en funciones muy complicadas, además de tener que escribir la secuencia de cálculos, lo que implica mayor tiempo y trabajo.

Para evitar escribir y realizar todas las operaciones, se pueden agregar columnas a la tabla, una por cada variable negada y una o más por cada término de la función (un solo término pudiera generar varias columnas de acuerdo a su complejidad), luego se calcula mentalmente cada columna según las variables y el, o los, operadores presentes y, finalmente, se calcula la función realizando, también mentalmente, las operaciones booleanas entre los diferentes términos (columnas) de la función.

# TABLA DE LA VERDAD DE UNA FUNCIÓN BOOLEANA (cont.)



La tabla de la verdad resultante de la función booleana  $F_1$  del ejemplo anterior se muestra a continuación:

$X$	$Y$	$Z$	$\bar{X}$	$\bar{Z}$	$\bar{X}Y$	$X\bar{Z}$	$\overline{YZ}$	$F_2$
0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0

# TABLA DE LA VERDAD DE UNA FUNCIÓN BOOLEANA (cont.)



**2.-  $F_2 = \overline{A+B} + A \cdot B$**

Variables de entrada:  $A, B$

Variable de salida:  $F_2$

$n = 2$

Nº de combinaciones:  $2^n = 2^2 = 4$

A	B	A+B	$\overline{A+B}$	AB	F <sub>1</sub>
0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	1

A	B	F <sub>2</sub>
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

←  $F_2 = \overline{0+0} + 0 \cdot 0 = \overline{0} + 0 = 1 + 0 = 1$

←  $F_2 = \overline{0+1} + 0 \cdot 1 = \overline{1} + 0 = 0 + 0 = 0$

←  $F_2 = \overline{1+0} + 1 \cdot 0 = \overline{1} + 0 = 0 + 0 = 0$

←  $F_2 = \overline{1+1} + 1 \cdot 1 = \overline{1} + 1 = 0 + 1 = 1$