Suma de Riemann: Es un método fundamental en cálculo para aproximar el área total bajo una curva en un gráfico. Es, esencialmente, el paso previo a la definición formal de la integral definida. En lugar de intentar calcular una forma curva compleja de una sola vez, la dividimos en formas que ya conocemos: rectángulos.

Si el número de rectángulos (n) es pequeño, la aproximación es tosca y hay muchos huecos vacíos o sobrantes. Sin embargo, si hacemos que el número de rectángulos crezca hasta el infinito ($n \to \infty$), el ancho de cada rectángulo se vuelve infinitamente pequeño ($\Delta x \to 0$). En ese límite, la suma de los rectángulos se convierte exactamente en la integral definida:

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \to \infty} \left(\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x \right)$$

Para resolver ejercicios de este tipo, nos auxiliamos en sumatorias notables.

	ASIGNATURA: MATEMÁTICA II **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

Tabla de sumatorias notables:

$\sum_{i=1}^{n} K = K.n$	$\sum_{i=1}^{n} 2i = n.(n+1)$	$\sum_{i=1}^{n} (2i-1) = n^2$
$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n.(n+1)}{2}$	$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}$	$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left(\frac{n.(n+1)}{2}\right)^2$
$\sum_{i=1}^{n} i^4 = \frac{n.(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$	$\sum_{i=1}^{n} i^5 = \frac{n^2.(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$	$\sum_{i=1}^{n} i^6 = \frac{n.(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$
$\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$	$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$	$\sum_{i=1}^{n} i(i+1)(i+2) = \frac{n.(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

En cuanto a Δx, SIEMPRE se usa la siguiente fórmula:

$$\Delta x = \frac{b-a}{n}$$

Pasos para resolver un ejercicio de integral definida tipo examen, usando sumas de Riemann
Partiendo de una función f(x) en un intervalo [a,b]:

1.- Resolver mediante la regla de Barrow (Esto para obtener el resultado al cual llegar)

2.- Hallar $\Delta x=(b-a)/n$

3.- Hallar $f(a+k.\Delta x).\Delta x$

4.- Hallar $\Sigma\, f(a+k.\Delta x).\Delta x$

5.- Hallar el Límite cuando $n\to\infty$ para la expresión resultante del paso 4

6.- Verificar que los resultados de los pasos 1 y 5 son iguales

iutepi	**ASIGNATURA: MATEMÁTICA II** **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

Ejemplo: Resolver la siguiente integral $\int_1^2 (x^2 + x + 1)dx$

De esta integral se obtiene: f(x)=x²+x+1, a=1, b=2, los cuales son datos esenciales...

1er paso: Resolución usando la regla de Barrow

$$\int_1^2 (x^2 + x + 1)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \Big|_1^2 = \left(\frac{2^3}{3} + \frac{2^2}{2} + 2\right) - \left(\frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} + 1\right) = \frac{20}{3} - \frac{11}{6} = \frac{29}{6} \text{ (RESULTADO A OBTENER)}$$

2do paso: Hallar a Δx

$$\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{2-1}{n} = \frac{1}{n}$$

3er paso: Hallar f(a+k.Δx).Δx

$$f(x)=x^2+x+1$$

$$\Delta x=\tfrac{1}{n}$$

$$f(a+k.\Delta x)=f(1+k.\tfrac{1}{n})=(1+k.\tfrac{1}{n})^2+(1+k.\tfrac{1}{n})+1=(1+\tfrac{k}{n})^2+(1+\tfrac{k}{n})+1=\left[1^2+\tfrac{2k}{n}+(\tfrac{k}{n})^2\right]+(1+\tfrac{k}{n})+1$$

$$f(a+k.\Delta x)=\tfrac{k^2}{n^2}+\tfrac{3k}{n}+3$$

4to paso: Hallar Σ f(a+k.Δx).Δx, allí nos auxiliamos en la tabla de sumatorias notables

$$f(a+k.\Delta x)=\tfrac{k^2}{n^2}+\tfrac{3k}{n}+3$$

$$\Delta x=\tfrac{1}{n}$$

$$\Sigma f(a+k.\Delta x).\Delta x=\Sigma(\tfrac{k^2}{n^2}+\tfrac{3k}{n}+3).(\tfrac{1}{n})=\Sigma(\tfrac{k^2}{n^3}+\tfrac{3k}{n^2}+\tfrac{3}{n})=\Sigma(\tfrac{k^2}{n^3})+\Sigma(\tfrac{3k}{n^2})+\Sigma(\tfrac{3}{n})=\tfrac{1}{n^3}\Sigma(k^2)+\tfrac{3}{n^2}\Sigma(k)+\tfrac{1}{n}\Sigma(3)$$

$$\Sigma f(a+k.\Delta x).\Delta x=\tfrac{1}{n^3}\left(\frac{n.(n+1).(2n+1)}{6}\right)+\tfrac{3}{n^2}\left(\frac{n.(n+1)}{2}\right)+\tfrac{1}{n}(3n)=\frac{(n+1).(2n+1)}{6n^2}+\frac{3n.(n+1)}{2n^2}+3$$

$$\Sigma f(a+k.\Delta x).\Delta x=\frac{29n^2+12n+1}{6n^2}$$

5to paso: Hallar el Límite cuando n→∞ del resultado obtenido en el 4to paso

$$\underset{n\to\infty}{Lím}\frac{29n^2+12n+1}{6n^2}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\underset{n\to\infty}{Lím}\frac{29n^2+12n+1}{6n^2}=\underset{n\to\infty}{Lím}\frac{\frac{29n^2}{n^2}+\frac{12n}{n^2}+\frac{1}{n^2}}{\frac{6n^2}{n^2}}=\frac{29+0+0}{6}=\frac{29}{6}$$

6to paso: Se verifica que los resultados obtenidos en el 1er y 5to paso son iguales, en nuestro caso se cumple ya que 29/6=29/6, por lo tanto se concluye:

$$\int_1^2 (x^2+x+1)dx=\frac{29}{6}$$

iurtepi	**ASIGNATURA: MATEMÁTICA II** **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

Métodos numéricos usados en la integración numérica: Se definen como un conjunto de técnicas matemáticas usadas para aproximar el valor de una integral definida, estos métodos se utilizan para no aplicar la suma de Riemann. Los métodos más usados son:

- Punto medio:

Es el método más básico. Aproxima el área de cada sección usando un rectángulo cuya altura es el valor de la función en el centro del intervalo. Sus fórmulas son:

$$\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x\left[f(\overline{x_1})+f(\overline{x_2})+f(\overline{x_3})+\ldots+f(\overline{x_n})\right];\ \overline{x_i}=\frac{x_{i-1}-x_i}{2};\ \Delta x=\frac{b-a}{n}$$

Trapecio:

En lugar de rectángulos con techos planos, este método conecta los puntos de la curva con líneas rectas, formando trapecios. (n) debe ser un número par. Sus fórmulas son:

$$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2}\left[f(x_1)+2f(x_2)+2f(x_3)+\ldots+2f(x_{n-1})+f(x_n)\right];\ \Delta x=\frac{b-a}{n}$$

Simpson:

Es el método más sofisticado y preciso de los tres. En lugar de usar líneas rectas, utiliza curvas (parábolas) para unir los puntos. (n) debe ser un número par. Sus fórmulas son:

$$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3}\left[f(x_1)+4f(x_2)+2f(x_3)+\ldots+4f(x_{n-1})+f(x_n)\right];\ \Delta x=\frac{b-a}{n}$$

Ejemplo, resuelva **usando el método de punto medio** y n=24: $\int_{3}^{6} \frac{3x.dx}{x^2-4}$

En este caso, se construirá una tabla de 24 filas y dos columnas, la primera columna es $\overline{x}_i$ y la segunda columna $f(\overline{x}_i)$

La primera columna se redondea a dos decimales y la segunda columna a los decimales que indiquen en el ejercicio, en este ejemplo se trabajará a ocho decimales.

Como siempre, la integral se debe resolver por la regla de Barrow para obtener el verdadero valor de la integral planteada y para verificar hasta que punto el resultado del método empleado (Valor Aproximado "V$_A$"), se acerca al valor obtenido por la regla de Barrow (Valor Verdadero "Vv"), se empleará la definición de Error Porcentual (E%), cuya fórmula es la siguiente:

$$E\% = \left| \frac{Vv - V_A}{Vv} \right| .100$$

1er paso: Resolver la integral por la regla de Barrow

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \quad \text{c.v.a:} \quad u = x^2 - 4 \;\Rightarrow\; du = 2x.dx \;\Rightarrow x.dx = \frac{du}{2}$$

$$3.\int \frac{x.dx}{x^2-4} = 3.\int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{3}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{3}{2}.Ln\left|u\right| + C \Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right|\Big|_3^6 = \left(\frac{3}{2}.Ln\left|6^2-4\right|\right) - \left(\frac{3}{2}.Ln\left|3^2-4\right|\right) = \frac{3}{2}.Ln\left|\frac{32}{5}\right| \approx 2,78444699$$

2do paso: Preparar los insumos para llenar la tabla de valores

De este ejercicio se sabe que:

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \quad \Rightarrow \quad \text{f(x)}=\frac{3x}{x^2-4}; \;\; \text{a=3; b=6; n=24; } \Delta\text{x}=\frac{6-3}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

iurtepi	ASIGNATURA: MATEMÁTICA II DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ	TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)

3er paso: Cálculo de los valores de la primera columna de la tabla, se hace mediante la fórmula

$$\overline{x}_n = \frac{2a+(2n-1)\Delta x}{2}$$

Sustituyendo a=3, Δx=1/8, desde n=1 hasta n=24 y redondeando a 2 decimales se obtiene:

$\overline{x}_1 = \frac{2.3+(1/8)}{2} \approx 3,06$	$\overline{x}_2 = \frac{2.3+3.(1/8)}{2} \approx 3,19$	$\overline{x}_3 = \frac{2.3+5.(1/8)}{2} \approx 3,31$	$\overline{x}_4 = \frac{2.3+7.(1/8)}{2} \approx 3,44$
$\overline{x}_5 = \frac{2.3+9.(1/8)}{2} \approx 3,56$	$\overline{x}_6 = \frac{2.3+11.(1/8)}{2} \approx 3,69$	$\overline{x}_7 = \frac{2.3+13.(1/8)}{2} \approx 3,81$	$\overline{x}_8 = \frac{2.3+15.(1/8)}{2} \approx 3,94$
$\overline{x}_9 = \frac{2.3+17.(1/8)}{2} \approx 4,06$	$\overline{x}_{10} = \frac{2.3+19.(1/8)}{2} \approx 4,19$	$\overline{x}_{11} = \frac{2.3+21.(1/8)}{2} \approx 4,31$	$\overline{x}_{12} = \frac{2.3+23.(1/8)}{2} \approx 4,44$
$\overline{x}_{13} = \frac{2.3+25.(1/8)}{2} \approx 4,56$	$\overline{x}_{14} = \frac{2.3+27.(1/8)}{2} \approx 4,69$	$\overline{x}_{15} = \frac{2.3+29.(1/8)}{2} \approx 4,81$	$\overline{x}_{16} = \frac{2.3+31.(1/8)}{2} \approx 4,94$
$\overline{x}_{17} = \frac{2.3+33.(1/8)}{2} \approx 5,06$	$\overline{x}_{18} = \frac{2.3+35.(1/8)}{2} \approx 5,19$	$\overline{x}_{19} = \frac{2.3+37.(1/8)}{2} \approx 5,31$	$\overline{x}_{20} = \frac{2.3+39.(1/8)}{2} \approx 5,44$
$\overline{x}_{21} = \frac{2.3+41.(1/8)}{2} \approx 5,56$	$\overline{x}_{22} = \frac{2.3+43.(1/8)}{2} \approx 5,69$	$\overline{x}_{23} = \frac{2.3+45.(1/8)}{2} \approx 5,81$	$\overline{x}_{24} = \frac{2.3+47.(1/8)}{2} \approx 5,94$

iutepi	**ASIGNATURA: MATEMÁTICA II** **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

4to paso: Cálculo de los valores de la segunda columna de la tabla, se hace sustituyendo los valores obtenidos en el 3er paso en la función f(x) y redondeando a 8 decimales se obtiene:

$f(\overline{X}_1)=\frac{3.(3,06)}{(3,06)^2-4}\approx 1,71153703$	$f(\overline{X}_2)=\frac{3.(3,19)}{(3,19)^2-4}\approx 1,54952154$	$f(\overline{X}_3)=\frac{3.(3,31)}{(3,31)^2-4}\approx 1,42752404$	$f(\overline{X}_4)=\frac{3.(3,44)}{(3,44)^2-4}\approx 1,31740196$
$f(\overline{X}_5)=\frac{3.(3,56)}{(3,56)^2-4}\approx 1,23132263$	$f(\overline{X}_6)=\frac{3.(3,69)}{(3,69)^2-4}\approx 1,15119435$	$f(\overline{X}_7)=\frac{3.(3,81)}{(3,81)^2-4}\approx 1,08690484$	$f(\overline{X}_8)=\frac{3.(3,94)}{(3,94)^2-4}\approx 1,02572113$
$f(\overline{X}_9)=\frac{3.(4,06)}{(4,06)^2-4}\approx 0,97568009$	$f(\overline{X}_{10})=\frac{3.(4,19)}{(4,19)^2-4}\approx 0,92725784$	$f(\overline{X}_{11})=\frac{3.(4,31)}{(4,31)^2-4}\approx 0,88706856$	$f(\overline{X}_{12})=\frac{3.(4,44)}{(4,44)^2-4}\approx 0,84767335$
$f(\overline{X}_{13})=\frac{3.(4,56)}{(4,56)^2-4}\approx 0,81459604$	$f(\overline{X}_{14})=\frac{3.(4,69)}{(4,69)^2-4}\approx 0,78183606$	$f(\overline{X}_{15})=\frac{3.(4,81)}{(4,81)^2-4}\approx 0,75407215$	$f(\overline{X}_{16})=\frac{3.(4,94)}{(4,94)^2-4}\approx 0,72634241$
$f(\overline{X}_{17})=\frac{3.(5,06)}{(5,06)^2-4}\approx 0,70266067$	$f(\overline{X}_{18})=\frac{3.(5,19)}{(5,19)^2-4}\approx 0,67884252$	$f(\overline{X}_{19})=\frac{3.(5,31)}{(5,31)^2-4}\approx 0,65837056$	$f(\overline{X}_{20})=\frac{3.(5,44)}{(5,44)^2-4}\approx 0,63765941$
$f(\overline{X}_{21})=\frac{3.(5,56)}{(5,56)^2-4}\approx 0,61976101$	$f(\overline{X}_{22})=\frac{3.(5,69)}{(5,69)^2-4}\approx 0,60156258$	$f(\overline{X}_{23})=\frac{3.(5,81)}{(5,81)^2-4}\approx 0,58576225$	$f(\overline{X}_{24})=\frac{3.(5,94)}{(5,94)^2-4}\approx 0,56962754$

	ASIGNATURA: MATEMÁTICA II **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

5to paso: Organización de los resultados y aplicación de las fórmulas finales

Se escriben los resultados obtenidos en el 3er paso en la columna de la izquierda y los resultados del 5to paso en la columna de la derecha.

Los siguientes resultados, se redondean a 8 decimales.

Luego se suman todos los resultados de la columna derecha y se escriben en La casilla que tiene el símbolo "Σ" (Amarillo).

Para calcular el V_A, se aplica la fórmula: $V_A=\Delta x.\Sigma f(\overline{X}_i)$
Es decir: $V_A=(1/8).22,26990056=2,78373757$ (Azul)

Finalmente, se calcula el Error porcentual "E%", aplicando la fórmula:

$$E\%=\left|\frac{V_V-V_A}{V_V}\right|.100=\left|\frac{2,78444699-2,78373757}{2,78444699}\right|.100=0,02547795\ \%$$

Y se escribe dicho resultado en la celda correspondiente (Verde)

Se realizará el mismo ejercicio por los métodos restantes...

$\overline{X}_i$	$f(\overline{X}_i)$
3,06	1,71153703
3,19	1,54952154
3,31	1,42752404
3,44	1,31740196
3,56	1,23132263
3,69	1,15119435
3,81	1,08690484
3,94	1,02572113
4,06	0,97568009
4,19	0,92725784
4,31	0,88706856
4,44	0,84767335
4,56	0,81459604
4,69	0,78183606
4,81	0,75407215
4,94	0,72634241
5,06	0,70266067
5,19	0,67884252
5,31	0,65837056
5,44	0,63765941
5,56	0,61976101
5,69	0,60156258
5,81	0,58576225
5,94	0,56962754
Σ=	22,26990056
V_A=	2,78373757
E%=	0,02547795 %

iurtepi	**ASIGNATURA: MATEMÁTICA II** **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

Ejemplo, resuelva **usando el método del trapecio** y n=24: $\int_{3}^{6} \frac{3x.dx}{x^2 - 4}$

En este caso, se construirá una tabla de 25 filas y dos columnas, la primera columna es x_i y la segunda columna $f(x_i)$

La primera columna se redondea a dos decimales y la segunda columna a los decimales que indiquen en el ejercicio, en este ejemplo se trabajará a ocho decimales.

Como siempre, la integral se debe resolver por la regla de Barrow para obtener el verdadero valor de la integral planteada y para verificar hasta que punto el resultado del método empleado (Valor Aproximado "V_A"), se acerca al valor obtenido por la regla de Barrow (Valor Verdadero "Vv"), se empleará la definición de Error Porcentual (E%), cuya fórmula es la siguiente:

$$E\% = \left| \frac{Vv - V_A}{Vv} \right| .100$$

1er paso: Resolver la integral por la regla de Barrow

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \quad \text{c.v.a:} \quad u = x^2 - 4 \;\Rightarrow\; du = 2x.dx \;\Rightarrow x.dx = \frac{du}{2}$$

$$3.\int \frac{x.dx}{x^2-4} = 3.\int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{3}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{3}{2}.Ln|u| + C \Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right|\Big|_3^6 = \left(\frac{3}{2}.Ln\left|6^2-4\right|\right) - \left(\frac{3}{2}.Ln\left|3^2-4\right|\right) = \frac{3}{2}.Ln\left|\frac{32}{5}\right| \approx 2,78444699$$

2do paso: Preparar los insumos para llenar la tabla de valores

De este ejercicio se sabe que:

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \;\Rightarrow\; \text{f(x)=}\frac{3x}{x^2-4};\ \text{a=3; b=6; n=24; }\Delta\text{x=}\frac{6-3}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

	ASIGNATURA: MATEMÁTICA II **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

3er paso: Cálculo de los valores de la primera columna de la tabla, se hace mediante la fórmula

$$x_n = a + n.\Delta x$$

Sustituyendo a=3, Δx=1/8, desde n=0 hasta n=24 y redondeando a 2 decimales se obtiene:

$x_0=3+0.(1/8)$ $x_0=3$	$x_1=3+1.(1/8)$ $x_1=3,13$	$x_2=3+2.(1/8)$ $x_2=3,25$	$x_3=3+3.(1/8)$ $x_3=3,38$	$x_4=3+4.(1/8)$ $x_4=3,5$
$x_5=3+5.(1/8)$ $x_5=3,63$	$x_6=3+6.(1/8)$ $x_6=3,75$	$x_7=3+7.(1/8)$ $x_7=3,88$	$x_8=3+8.(1/8)$ $x_8=4$	$x_9=3+9.(1/8)$ $x_9=4,13$
$x_{10}=3+10.(1/8)$ $x_{10}=4,25$	$x_{11}=3+11.(1/8)$ $x_{11}=4,38$	$x_{12}=3+12.(1/8)$ $x_{12}=4,5$	$x_{13}=3+13.(1/8)$ $x_{13}=4,63$	$x_{14}=3+14.(1/8)$ $x_{14}=4,75$
$x_{15}=3+15.(1/8)$ $x_{15}=4,88$	$x_{16}=3+16.(1/8)$ $x_{16}=5$	$x_{17}=3+17.(1/8)$ $x_{17}=5,13$	$x_{18}=3+18.(1/8)$ $x_{18}=5,25$	$x_{19}=3+19.(1/8)$ $x_{19}=5,38$
$x_{20}=3+20.(1/8)$ $x_{20}=5,5$	$x_{21}=3+21.(1/8)$ $x_{21}=5,63$	$x_{22}=3+22.(1/8)$ $x_{22}=5,75$	$x_{23}=3+23.(1/8)$ $x_{23}=5,88$	$x_{24}=3+24.(1/8)$ $x_{24}=6$

4to paso: Cálculo de los valores de la segunda columna de la tabla, se hace sustituyendo los valores obtenidos en el 3er paso en la función f(x); con el matíz que el primer y último valor se sustituyen normal (Blanco), pero el resto de valores se multiplica por 2 a f(x) (Amarillo) y redondeando a 8 decimales se obtiene:

$f(x_0) = \frac{3.(3)}{(3)^2-4}$ $f(x_0) \approx 1{,}8$	$f(x_1) = 2.\frac{3.(3{,}13)}{(3{,}13)^2-4}$ $f(x_1) \approx 3{,}23966258$	$f(x_2) = 2.\frac{3.(3{,}25)}{(3{,}25)^2-4}$ $f(x_2) \approx 2{,}97142857$	$f(x_3) = 2.\frac{3.(3{,}38)}{(3{,}38)^2-4}$ $f(x_3) \approx 2{,}73153386$	$f(x_4) = 2.\frac{3.(3{,}5)}{(3{,}5)^2-4}$ $f(x_4) \approx 2{,}54545455$
$f(x_5) = 2.\frac{3.(3{,}63)}{(3{,}63)^2-4}$ $f(x_5) \approx 2{,}37335048$	$f(x_6) = 2.\frac{3.(3{,}75)}{(3{,}75)^2-4}$ $f(x_6) \approx 2{,}23602484$	$f(x_7) = 2.\frac{3.(3{,}88)}{(3{,}88)^2-4}$ $f(x_7) \approx 2{,}10594876$	$f(x_8) = 2.\frac{3.(4)}{(4)^2-4}$ $f(x_8) \approx 2$	$f(x_9) = 2.\frac{3.(4{,}13)}{(4{,}13)^2-4}$ $f(x_9) \approx 1{,}89784712$
$f(x_{10}) = 2.\frac{3.(4{,}25)}{(4{,}25)^2-4}$ $f(x_{10}) \approx 1{,}81333333$	$f(x_{11}) = 2.\frac{3.(4{,}38)}{(4{,}38)^2-4}$ $f(x_{11}) \approx 1{,}73072364$	$f(x_{12}) = 2.\frac{3.(4{,}5)}{(4{,}5)^2-4}$ $f(x_{12}) \approx 1{,}66153846$	$f(x_{13}) = 2.\frac{3.(4{,}63)}{(4{,}63)^2-4}$ $f(x_{13}) \approx 1{,}59317310$	$f(x_{14}) = 2.\frac{3.(4{,}75)}{(4{,}75)^2-4}$ $f(x_{14}) \approx 1{,}53535354$
$f(x_{15}) = 2.\frac{3.(4{,}88)}{(4{,}88)^2-4}$ $f(x_{15}) \approx 1{,}47771318$	$f(x_{16}) = 2.\frac{3.(5)}{(5)^2-4}$ $f(x_{16}) \approx 1{,}42857143$	$f(x_{17}) = 2.\frac{3.(5{,}13)}{(5{,}13)^2-4}$ $f(x_{17}) \approx 1{,}37922382$	$f(x_{18}) = 2.\frac{3.(5{,}25)}{(5{,}25)^2-4}$ $f(x_{18}) \approx 1{,}33687003$	$f(x_{19}) = 2.\frac{3.(5{,}38)}{(5{,}38)^2-4}$ $f(x_{19}) \approx 1{,}29407803$
$f(x_{20}) = 2.\frac{3.(5{,}5)}{(5{,}5)^2-4}$ $f(x_{20}) \approx 1{,}25714286$	$f(x_{21}) = 2.\frac{3.(5{,}63)}{(5{,}63)^2-4}$ $f(x_{21}) \approx 1{,}21963108$	$f(x_{22}) = 2.\frac{3.(5{,}75)}{(5{,}75)^2-4}$ $f(x_{22}) \approx 1{,}18709677$	$f(x_{23}) = 2.\frac{3.(5{,}88)}{(5{,}88)^2-4}$ $f(x_{23}) \approx 1{,}15390654$	$f(x_{24}) = \frac{3.(6)}{(6)^2-4}$ $f(x_{24}) \approx 0{,}5625$

5to paso: Organización de los resultados y aplicación de las fórmulas finales

Se escriben los resultados obtenidos en el 3er paso en la columna de la izquierda y los resultados del 5to paso en la columna de la derecha.

Los siguientes resultados, se redondean a 8 decimales.

Luego se suman todos los resultados de la columna derecha y se escriben en La casilla que tiene el símbolo "Σ" (Amarillo).

Para calcular el V_A, se aplica la fórmula: $V_A=(\Delta x/2).\Sigma\ f(x_i)$
Es decir: $V_A=(1/16).\ 44{,}53210657=2{,}78325666$ (Azul)

Finalmente, se calcula el Error porcentual "E%", aplicando la fórmula:

$$E\%=\left|\frac{V_V-V_A}{V_V}\right|.100=\left|\frac{2{,}78444699-2{,}78325666}{2{,}78444699}\right|.100=0{,}04274924\ \%$$

Y se escribe dicho resultado en la celda correspondiente (Verde)

Continuemos con el último método....

Xi	Coef x f(Xi)
3	1,8
3,13	3,23966258
3,25	2,97142857
3,38	2,73153386
3,5	2,54545455
3,63	2,37335048
3,75	2,23602484
3,88	2,10594876
4	2
4,13	1,89784712
4,25	1,81333333
4,38	1,73072364
4,5	1,66153846
4,63	1,5931731
4,75	1,53535354
4,88	1,47771318
5	1,42857143
5,13	1,37922382
5,25	1,33687003
5,38	1,29407803
5,5	1,25714286
5,63	1,21963108
5,75	1,18709677
5,88	1,15390654
6	0,5625
Σ=	44,53210657
V_A=	2,78325666
E%=	0,04274924 %

iutepi	**ASIGNATURA: MATEMÁTICA II** **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**	**TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)**

Ejemplo, resuelva **usando el método de Simpson** y n=24: $\int_{3}^{6} \frac{3x.dx}{x^2-4}$

En este caso, se construirá una tabla de 25 filas y dos columnas, la primera columna es x_i y la segunda columna $f(x_i)$

La primera columna se redondea a dos decimales y la segunda columna a los decimales que indiquen en el ejercicio, en este ejemplo se trabajará a ocho decimales.

Como siempre, la integral se debe resolver por la regla de Barrow para obtener el verdadero valor de la integral planteada y para verificar hasta que punto el resultado del método empleado (Valor Aproximado "V_A"), se acerca al valor obtenido por la regla de Barrow (Valor Verdadero "Vv"), se empleará la definición de Error Porcentual (E%), cuya fórmula es la siguiente:

$$E\% = \left| \frac{Vv - V_A}{Vv} \right| .100$$

1er paso: Resolver la integral por la regla de Barrow

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \quad \text{c.v.a:} \quad u = x^2 - 4 \;\Rightarrow\; du = 2x.dx \;\Rightarrow x.dx = \frac{du}{2}$$

$$3.\int \frac{x.dx}{x^2-4} = 3.\int \frac{\frac{du}{2}}{u} = \frac{3}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{3}{2}.Ln|u| + C \Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right| + C$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}.Ln\left|x^2-4\right|\Big|_3^6 = \left(\frac{3}{2}.Ln\left|6^2-4\right|\right) - \left(\frac{3}{2}.Ln\left|3^2-4\right|\right) = \frac{3}{2}.Ln\left|\frac{32}{5}\right| \approx 2,78444699$$

2do paso: Preparar los insumos para llenar la tabla de valores

De este ejercicio se sabe que:

$$\int_3^6 \frac{3x.dx}{x^2-4} \quad \Rightarrow \quad \text{f(x)=}\frac{3x}{x^2-4};\ \text{a=3; b=6; n=24; }\Delta\text{x=}\frac{6-3}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

3er paso: Cálculo de los valores de la primera columna de la tabla, se hace mediante la fórmula

$$x_n = a + n.\Delta x$$

Sustituyendo a=3, Δx=1/8, desde n=0 hasta n=24 y redondeando a 2 decimales se obtiene:

$x_0=3+0.(1/8)$ $x_0=3$	$x_1=3+1.(1/8)$ $x_1=3,13$	$x_2=3+2.(1/8)$ $x_2=3,25$	$x_3=3+3.(1/8)$ $x_3=3,38$	$x_4=3+4.(1/8)$ $x_4=3,5$
$x_5=3+5.(1/8)$ $x_5=3,63$	$x_6=3+6.(1/8)$ $x_6=3,75$	$x_7=3+7.(1/8)$ $x_7=3,88$	$x_8=3+8.(1/8)$ $x_8=4$	$x_9=3+9.(1/8)$ $x_9=4,13$
$x_{10}=3+10.(1/8)$ $x_{10}=4,25$	$x_{11}=3+11.(1/8)$ $x_{11}=4,38$	$x_{12}=3+12.(1/8)$ $x_{12}=4,5$	$x_{13}=3+13.(1/8)$ $x_{13}=4,63$	$x_{14}=3+14.(1/8)$ $x_{14}=4,75$
$x_{15}=3+15.(1/8)$ $x_{15}=4,88$	$x_{16}=3+16.(1/8)$ $x_{16}=5$	$x_{17}=3+17.(1/8)$ $x_{17}=5,13$	$x_{18}=3+18.(1/8)$ $x_{18}=5,25$	$x_{19}=3+19.(1/8)$ $x_{19}=5,38$
$x_{20}=3+20.(1/8)$ $x_{20}=5,5$	$x_{21}=3+21.(1/8)$ $x_{21}=5,63$	$x_{22}=3+22.(1/8)$ $x_{22}=5,75$	$x_{23}=3+23.(1/8)$ $x_{23}=5,88$	$x_{24}=3+24.(1/8)$ $x_{24}=6$

ASIGNATURA: MATEMÁTICA II DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ	TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)

4to paso: Cálculo de los valores de la segunda columna de la tabla, se hace sustituyendo los valores obtenidos en el 3er paso en la función f(x); con el matíz que el primer y último valor se sustituyen normal (Blanco), pero el resto de valores se multiplica por 4 (Azul) y por 2 (Amarillo) de manera alternada a f(x) y redondeando a 8 decimales se obtiene:

$f(x_0) = \frac{3.(3)}{(3)^2-4}$ $f(x_0) \approx 1,8$	$f(x_1) = 4.\frac{3.(3,13)}{(3,13)^2-4}$ $f(x_1) \approx 6,47932516$	$f(x_2) = 2.\frac{3.(3,25)}{(3,25)^2-4}$ $f(x_2) \approx 2,97142857$	$f(x_3) = 4.\frac{3.(3,38)}{(3,38)^2-4}$ $f(x_3) \approx 5,46306772$	$f(x_4) = 2.\frac{3.(3,5)}{(3,5)^2-4}$ $f(x_4) \approx 2,54545455$
$f(x_5) = 4.\frac{3.(3,63)}{(3,63)^2-4}$ $f(x_5) \approx 4,74670096$	$f(x_6) = 2.\frac{3.(3,75)}{(3,75)^2-4}$ $f(x_6) \approx 2,23602484$	$f(x_7) = 4.\frac{3.(3,88)}{(3,88)^2-4}$ $f(x_7) \approx 4,21189752$	$f(x_8) = 2.\frac{3.(4)}{(4)^2-4}$ $f(x_8) \approx 2$	$f(x_9) = 4.\frac{3.(4,13)}{(4,13)^2-4}$ $f(x_9) \approx 3,79569423$
$f(x_{10}) = 2.\frac{3.(4,25)}{(4,25)^2-4}$ $f(x_{10}) \approx 1,81333333$	$f(x_{11}) = 4.\frac{3.(4,38)}{(4,38)^2-4}$ $f(x_{11}) \approx 3,46144727$	$f(x_{12}) = 2.\frac{3.(4,5)}{(4,5)^2-4}$ $f(x_{12}) \approx 1,66153846$	$f(x_{13}) = 4.\frac{3.(4,63)}{(4,63)^2-4}$ $f(x_{13}) \approx 3,1863462$	$f(x_{14}) = 2.\frac{3.(4,75)}{(4,75)^2-4}$ $f(x_{14}) \approx 1,53535354$
$f(x_{15}) = 4.\frac{3.(4,88)}{(4,88)^2-4}$ $f(x_{15}) \approx 2,95542636$	$f(x_{16}) = 2.\frac{3.(5)}{(5)^2-4}$ $f(x_{16}) \approx 1,42857143$	$f(x_{17}) = 4.\frac{3.(5,13)}{(5,13)^2-4}$ $f(x_{17}) \approx 2,75844763$	$f(x_{18}) = 2.\frac{3.(5,25)}{(5,25)^2-4}$ $f(x_{18}) \approx 1,33687003$	$f(x_{19}) = 4.\frac{3.(5,38)}{(5,38)^2-4}$ $f(x_{19}) \approx 2,58815606$
$f(x_{20}) = 2.\frac{3.(5,5)}{(5,5)^2-4}$ $f(x_{20}) \approx 1,25714286$	$f(x_{21}) = 4.\frac{3.(5,63)}{(5,63)^2-4}$ $f(x_{21}) \approx 2,43926216$	$f(x_{22}) = 2.\frac{3.(5,75)}{(5,75)^2-4}$ $f(x_{22}) \approx 1,18709677$	$f(x_{23}) = 4.\frac{3.(5,88)}{(5,88)^2-4}$ $f(x_{23}) \approx 2,30781307$	$f(x_{24}) = \frac{3.(6)}{(6)^2-4}$ $f(x_{24}) \approx 0,5625$

	ASIGNATURA: MATEMÁTICA II **DOCENTE: MSC. LUIS DÍAZ**
	TEMA: TÓPICOS DE INTEGRACIÓN NUMÉRICA. (TAREA #5)

5to paso: Organización de los resultados y aplicación de las fórmulas finales

Se escriben los resultados obtenidos en el 3er paso en la columna de la izquierda y los resultados del 5to paso en la columna de la derecha.

Los siguientes resultados, se redondean a 8 decimales.

Luego se suman todos los resultados de la columna derecha y se escriben en La casilla que tiene el símbolo "Σ" (Amarillo).

Para calcular el V_A, se aplica la fórmula: $V_A=(\Delta x/3).\Sigma\ f(x_i)$
Es decir: $V_A=(1/24).66{,}72889872=2{,}78037078$ (Azul)

Finalmente, se calcula el Error porcentual "E%", aplicando la fórmula:

$$E\%=\left|\frac{V_V-V_A}{V_V}\right|.100=\left|\frac{2{,}78444699-2{,}78037078}{2{,}78444699}\right|.100=0{,}14639208\ \%$$

Y se escribe dicho resultado en la celda correspondiente (Verde)

Listo... Por fin!!!!!

Xi	Coef x f(Xi)
3	1,8
3,13	6,47932516
3,25	2,97142857
3,38	5,46306772
3,5	2,54545455
3,63	4,74670096
3,75	2,23602484
3,88	4,21189752
4	2
4,13	3,79569423
4,25	1,81333333
4,38	3,46144727
4,5	1,66153846
4,63	3,1863462
4,75	1,53535354
4,88	2,95542636
5	1,42857143
5,13	2,75844763
5,25	1,33687003
5,38	2,58815606
5,5	1,25714286
5,63	2,43926216
5,75	1,18709677
5,88	2,30781307
6	0,5625
Σ=	66,72889872
V_A=	2,78037078
E%=	0,14639208 %