



NOMBRE:								
SEMESTRE:								
SECCIÓN:								
PERÍODO:								

C.I.:	A	B	C	D	E	F	G	H

MATERIAL DE APOYO AUTORIZADO PARA LA EJECUCIÓN DE LOS PARCIALES DE CÁLCULO INTEGRAL UNIVARIABLE

Fórmulas elementales de derivadas:

u, v son funciones de x $\frac{d}{dx}(k)=0; k \in R$ $\frac{d}{dx}(k \cdot u)=k \cdot \frac{d}{dx}(u); k \in R$ $\frac{d}{dx}(u \pm v)=\frac{d}{dx}(u) \pm \frac{d}{dx}(v)$ $\frac{d}{dx}(u \cdot v)=\frac{d}{dx}(u) \cdot v + u \cdot \frac{d}{dx}(v)$ $\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{\frac{d}{dx}(u) \cdot v - u \cdot \frac{d}{dx}(v)}{v^2}$ $\frac{d}{dx}(u^n)=n \cdot u^{n-1} \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\sqrt[n]{u})=\frac{\sqrt[n]{u}}{n \cdot u} \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(e^u)=e^u \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(k^u)=k^u \cdot \ln(k) \cdot \frac{d}{dx}(u); k > 0, k \neq 1$	$\frac{d}{dx}(u)=\frac{ u }{u} \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\ln(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{u}$ $\frac{d}{dx}(\log_k(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{\ln(k) \cdot u}; k > 0, k \neq 1$ $\frac{d}{dx}(\sin(u))=\cos(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\cos(u))=-\sin(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\tan(u))=\sec^2(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\cot(u))=-\csc^2(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\sec(u))=\sec(u) \cdot \tan(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\csc(u))=-\csc(u) \cdot \cot(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$	$\frac{d}{dx}(\sinh(u))=\cosh(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\cosh(u))=\sinh(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{Tgh}(u))=\operatorname{sech}^2(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{Ctgh}(u))=-\operatorname{csch}^2(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{sech}(u))=-\operatorname{sech}(u) \cdot \operatorname{Tgh}(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{csch}(u))=-\operatorname{csch}(u) \cdot \operatorname{Ctgh}(u) \cdot \frac{d}{dx}(u)$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcSen}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{\sqrt{1-u^2}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCos}(u))=\frac{-\frac{d}{dx}(u)}{\sqrt{1-u^2}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcTg}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{1+u^2}$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCtg}(u))=\frac{-\frac{d}{dx}(u)}{1+u^2}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcSec}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCsc}(u))=\frac{-\frac{d}{dx}(u)}{u \cdot \sqrt{u^2-1}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcSenh}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{\sqrt{u^2+1}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCosh}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{\sqrt{u^2-1}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcTgh}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{1-u^2}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCtgh}(u))=\frac{\frac{d}{dx}(u)}{1-u^2}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcSech}(u))=\frac{-\frac{d}{dx}(u)}{u \cdot \sqrt{1-u^2}}$ $\frac{d}{dx}(\operatorname{ArcCsch}(u))=\frac{-\frac{d}{dx}(u)}{ u \cdot \sqrt{1-u^2}}$
---	---	---	---

Sustituciones trigonométricas elementales:

RADICAL: $\sqrt{a^2 - b^2 u^2}$	C.V.A: $u=(a/b) \cdot \operatorname{Sen}(z)$	TRANSFORMACIÓN DEL RADICAL: $a \cdot \operatorname{Cos}(z)$	ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO: Hipotenusa: a Cateto Opuesto: $b \cdot u$ Cateto Adyacente: RADICAL
RADICAL: $\sqrt{b^2 u^2 + a^2}$	C.V.A: $u=(a/b) \cdot \operatorname{Tg}(z)$	TRANSFORMACIÓN DEL RADICAL: $a \cdot \operatorname{Sec}(z)$	ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO: Hipotenusa: RADICAL Cateto Opuesto: $b \cdot u$ Cateto Adyacente: a
RADICAL: $\sqrt{b^2 u^2 - a^2}$	C.V.A: $u=(a/b) \cdot \operatorname{Sec}(z)$	TRANSFORMACIÓN DEL RADICAL: $a \cdot \operatorname{Tg}(z)$	ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO: Hipotenusa: $b \cdot u$ Cateto Opuesto: RADICAL Cateto Adyacente: a

Fórmulas elementales de integrales:

$\int k \cdot du = k \cdot u + C; k \in R$	$\int \text{Senh}(u) du = \text{Cosh}(u) + C$	$\int \text{ArcCsc}(u) du = u \cdot \text{ArcCsc}(u) + \text{Ln} u + \sqrt{u^2 - 1} + C$
$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \text{Cosh}(u) du = \text{Senh}(u) + C$	$\int \text{ArcSenh}(u) du = u \cdot \text{ArcSenh}(u) - \sqrt{1 + u^2} + C$
$\int \sqrt[n]{u} du = \frac{n \cdot u}{n+1} \sqrt[n]{u} + C$	$\int \text{Tgh}(u) du = \text{Ln} \text{Cosh}(u) + C$	$\int \text{ArcCosh}(u) du = u \cdot \text{ArcCosh}(u) - \sqrt{u^2 - 1} + C$
$\int e^u du = e^u + C$	$\int \text{Ctgh}(u) du = \text{Ln} \text{Senh}(u) + C$	$\int \text{ArcTgh}(u) du = u \cdot \text{ArcTgh}(u) + \frac{1}{2} \text{Ln} 1 - u^2 + C$
$\int k^u du = \frac{1}{\text{Ln}(k)} k^u + C; k > 0, k \neq 1$	$\int \text{Sech}(u) du = \text{Arctg}(\text{Senh}(u)) + C$	$\int \text{ArcCtgh}(u) du = u \cdot \text{ArcCtgh}(u) - \frac{1}{2} \text{Ln} 1 - u^2 + C$
$\int \text{Ln}(u) du = u(\text{Ln} u - 1) + C$	$\int \text{Csch}(u) du = \text{Ln} \text{Tgh}(\frac{u}{2}) + C$	$\int \text{ArcSech}(u) du = u \cdot \text{ArcSech}(u) + \text{ArcSen}(u) + C$
$\int \text{Log}_k(u) du = \frac{u}{\text{Ln}(k)} (\text{Ln} u - 1) + C; k > 0, k \neq 1$	$\int \text{Senh}^2(u) du = \frac{1}{4} (\text{Senh}(2u) - 2u) + C$	$\int \text{ArcCsch}(u) du = u \cdot \text{ArcCsch}(u) + \text{ArcSen}(u) + C$
$\int \frac{du}{u} = \text{Ln} u + C$	$\int \text{Cosh}^2(u) du = \frac{1}{4} (\text{Senh}(2u) + 2u) + C$	$\int \text{Sen}(m \cdot u) \text{Cos}(n \cdot u) du = -\frac{\text{Cos}((m+n)u)}{2(m+n)} - \frac{\text{Cos}((m-n)u)}{2(m-n)} + C$
$\int \text{Sen}(u) du = -\text{Cos}(u) + C$	$\int \text{Tgh}^2(u) du = u - \text{Tgh}(u) + C$	$\int \text{Sen}(m \cdot u) \text{Sen}(n \cdot u) du = -\frac{\text{Sen}((m+n)u)}{2(m+n)} + \frac{\text{Sen}((m-n)u)}{2(m-n)} + C$
$\int \text{Cos}(u) du = \text{Sen}(u) + C$	$\int \text{Ctgh}^2(u) du = u - \text{Ctgh}(u) + C$	$\int \text{Cos}(m \cdot u) \text{Cos}(n \cdot u) du = \frac{\text{Sen}((m+n)u)}{2(m+n)} + \frac{\text{Sen}((m-n)u)}{2(m-n)} + C$
$\int \text{Tg}(u) du = \text{Ln} \text{Sec}(u) + C$	$\int \text{Sech}^2(u) du = \text{Tgh}(u) + C$	$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{ArcSen}(\frac{u}{a}) + C$
$\int \text{Ctg}(u) du = \text{Ln} \text{Sen}(u) + C$	$\int \text{Csch}^2(u) du = -\text{Ctgh}(u) + C$	$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 \pm a^2}} = \text{Ln} u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + C$
$\int \text{Sec}(u) du = \text{Ln} \text{Sec}(u) + \text{Tg}(u) + C$	$\int \text{Sen}(u) \text{Cos}(u) du = \frac{\text{Sen}^2(u)}{2} + C$	$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \text{ArcCsch}(\frac{u}{a}) + C; u > a > 0$
$\int \text{Csc}(u) du = \text{Ln} \text{Csc}(u) - \text{Ctg}(u) + C$	$\int \text{Sec}(u) \text{Tg}(u) du = \text{Sec}(u) + C$	$\int \sqrt{a^2 - u^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{a^2 - u^2} + \frac{a^2}{2} \text{ArcSen}(\frac{u}{a}) + C$
$\int \text{Sen}^2(u) du = \frac{1}{4} (2u - \text{Sen}(2u)) + C$	$\int \text{Csc}(u) \text{Ctg}(u) du = -\text{Csc}(u) + C$	$\int \sqrt{u^2 \pm a^2} du = \frac{u}{2} \sqrt{u^2 \pm a^2} + \frac{a^2}{2} \text{Ln} u + \sqrt{u^2 \pm a^2} + C$
$\int \text{Cos}^2(u) du = \frac{1}{4} (2u + \text{Sen}(2u)) + C$	$\int \text{ArcSen}(u) du = u \cdot \text{ArcSen}(u) + \sqrt{1 - u^2} + C$	$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \text{Arctg}(\frac{u}{a}) + C$
$\int \text{Tg}^2(u) du = \text{Tg}(u) - u + C$	$\int \text{ArcCos}(u) du = u \cdot \text{ArcCos}(u) - \sqrt{1 - u^2} + C$	$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \text{Ln} \frac{u-a}{u+a} + C$
$\int \text{Ctg}^2(u) du = \text{Ctg}(u) - u + C$	$\int \text{ArcTg}(u) du = u \cdot \text{ArcTg}(u) - \frac{1}{2} \text{Ln}(1 + u^2) + C$	$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \text{ArcCtgh}(\frac{u}{a}) + C; u^2 > a^2$
$\int \text{Sec}^2(u) du = \text{Tg}(u) + C$	$\int \text{ArcCtg}(u) du = u \cdot \text{ArcCtg}(u) - \frac{1}{2} \text{Ln}(1 + u^2) + C$	$\int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{2a} \text{Ln} \frac{a+u}{a-u} + C$
$\int \text{Csc}^2(u) du = -\text{Ctg}(u) + C$	$\int \text{ArcSec}(u) du = u \cdot \text{ArcSec}(u) - \text{Ln} u + \sqrt{u^2 - 1} + C$	$\int \frac{du}{u \cdot \text{Ln}(u)} = \text{Ln}(\text{Ln}(u)) + C$

Fórmulas varias de integración numérica:

$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x \right)$	$\int_a^b f(x)dx \approx M_n = \Delta x \left[f(\bar{x}_1) + f(\bar{x}_2) + f(\bar{x}_3) + \dots + f(\bar{x}_n) \right]; \bar{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_i}{2}; \Delta x = \frac{b-a}{n}$
$VM = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$	$\int_a^b f(x)dx \approx T_n = \frac{\Delta x}{2} \left[f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n) \right]; \Delta x = \frac{b-a}{n}$
$a < c < b \Rightarrow f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$	$\int_a^b f(x)dx \approx S_n = \frac{\Delta x}{3} \left[f(x_1) + 4f(x_2) + 2f(x_3) + \dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n) \right]; \Delta x = \frac{b-a}{n}$

Fórmulas de integrales impropias de primera y segunda especie:

$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\int_a^t f(x)dx \right)$	$\int_a^b f(x)dx = \lim_{t \rightarrow a^+} \left(\int_t^b f(x)dx \right); \text{ si } f \text{ es continua en } (a,b]$
$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{t \rightarrow -\infty} \left(\int_t^b f(x)dx \right)$	$\int_a^b f(x)dx = \lim_{t \rightarrow b^-} \left(\int_a^t f(x)dx \right); \text{ si } f \text{ es continua en } [a,b)$
$\int_{-\infty}^\infty f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^\infty f(x)dx; \text{ donde } c \in \mathbb{R}$	$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx; \text{ si } f \text{ es continua en } [a,b] \text{ excepto en } c \in (a,b)$

Sumatorias Notables:

$\sum_{i=1}^n K = K.n$	$\sum_{i=1}^n 2i = n.(n+1)$	$\sum_{i=1}^n (2i-1) = n^2$
$\sum_{i=1}^n i = \frac{n.(n+1)}{2}$	$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n.(n+1)(2n+1)}{6}$	$\sum_{i=1}^n i^3 = \left(\frac{n.(n+1)}{2} \right)^2$
$\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{n.(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$	$\sum_{i=1}^n i^5 = \frac{n^2.(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$	$\sum_{i=1}^n i^6 = \frac{n.(n+1)(2n+1)(3n^4+6n^3-3n+1)}{42}$
$\sum_{i=1}^n i(i+1) = \frac{n.(n+1)(n+2)}{3}$	$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1}$	$\sum_{i=1}^n i(i+1)(i+2) = \frac{n.(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$

Funciones Gamma y Beta:

$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$	$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$	$\Gamma\left(-\frac{n}{2}\right) = (-1)^{\frac{n+1}{2}} \frac{2^n \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right)! \cdot \sqrt{\pi}}{n!}; n \text{ impar}$
$\Gamma(x+1) = x \cdot \Gamma(x); x > 0$	$\Gamma(x) = a^x \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-at} dt; a, x > 0$	$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{(n-2)! \cdot \sqrt{\pi}}{2^{n-2} \cdot \left(\frac{n-3}{2}\right)!}; n \text{ impar}$
$\Gamma(x) = \int_0^1 \left[\text{Ln}\left(\frac{1}{t}\right) \right]^{x-1} dt; x > 0$	$\Gamma(x) = a^x \int_0^1 \left[\text{Ln}\left(\frac{1}{t}\right) \right]^{x-1} t^{a-1} dt; a, x > 0$	$\Gamma(x) \cdot \Gamma(1-x) = \frac{\pi}{\text{Sen}(x \cdot \pi)}; 0 < x < 1$
$\int_0^{\infty} x^{m-1} e^{-ax^n} dx = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{n}\right)}{n \cdot a^{m/n}}; a > 0$	$\int_0^1 x^m [\text{Ln}(x)]^n dx; \frac{(-1)^n \cdot n!}{(m+1)^{n+1}}; m > -1, n \in \mathbb{N}^*$	$\Gamma(n) = (n-1)!; n \in \mathbb{N}^*$
$B(m, n) = \int_0^1 x^{m-1} (1-x)^{n-1} dx; m, n > 0$	$B(m, n) = B(n, m)$	$B(m, n) = \frac{\Gamma(m) \cdot \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$
$B(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1} dx}{(1+x)^{m+n}}$	$B(m, n) = 2 \cdot \int_0^{\pi/2} [\text{Sen}(x)]^{2m-1} [\text{Cos}(x)]^{2n-1} dx$	$\int_a^b (x-a)^m (b-x)^n dx = (b-a)^{m+n+1} B(m+1, n+1)$

Fórmulas de área bajo una curva y entre dos curvas:

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a); \text{ Si } f(x) > 0 \text{ (arriba del eje x)}$	$\int_a^b f(y) dy = F(b) - F(a); \text{ Si } f(y) > 0 \text{ (derecha del eje y)}$
$\int_a^b f(x) dx = -(F(b) - F(a)); \text{ Si } f(x) < 0 \text{ (abajo del eje x)}$	$\int_a^b f(y) dy = -(F(b) - F(a)); \text{ Si } f(y) < 0 \text{ (izquierda del eje y)}$
<p>Quando se tienen funciones que se mueven cambiando de signos; es decir: (de arriba hacia abajo y viceversa ó de derecha a izquierda y viceversa). Se separan las integrales tomando como frontera el valor donde la función cruza el eje correspondiente.</p>	
$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx; \text{ Si } f(x) > g(x)$	$\int_a^b (f(y) - g(y)) dx; \text{ Si } f(y) > g(y)$
<p>No importa los signos de f y g Importante: f <u>arriba</u> y g <u>abajo</u></p>	<p>No importa los signos de f y g Importante: f <u>derecha</u> y g <u>izquierda</u></p>

Fórmulas de volumen de sólido de revolución:

$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx;$	Si el eje de giro es el eje X	$V = \pi \int_a^b (R^2(x) - r^2(x)) dx;$	Si el eje de giro es el eje X	$V = 2\pi \int_a^b x-k \cdot (f(x) - g(x)) dx$	Eje de giro vertical en $x=k$ con $f(x) \geq g(x)$, $k \notin [a,b]$
$V = \pi \int_a^b (f(x)-k)^2 dx;$	Si el eje de giro es $y=k$	Si el eje de giro es $y=k$, solo que se debe verificar el intervalo donde $[a,b]$ satisface: $R(x)= f(x)-k $ y $r(x)= g(x)-k $; $k \leq g(x) \leq f(x)$ $R(x)= g(x)-k $ y $r(x)= f(x)-k $; $g(x) \leq f(x) \leq k$			
$V = \pi \int_a^b (f(y))^2 dy;$	Si el eje de giro es el eje Y	$V = \pi \int_a^b (R^2(y) - r^2(y)) dy;$	Si el eje de giro es el eje Y	$V = 2\pi \int_a^b y-k \cdot (f(y) - g(y)) dy$	Eje de giro horizontal en $y=k$ con $f(y) \geq g(y)$, $k \notin [a,b]$
$V = \pi \int_a^b (f(y)-k)^2 dy;$	Si el eje de giro es $x=k$	Si el eje de giro es $y=k$, solo que se debe verificar el intervalo donde $[a,b]$ satisface: $R(y)= f(y)-k $ y $r(y)= g(y)-k $; $k \leq g(y) \leq f(y)$ $R(y)= g(y)-k $ y $r(y)= f(y)-k $; $g(y) \leq f(y) \leq k$			

Área en coordenadas polares:

$A(R) = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f^2(\theta) d\theta;$	Si $R = \{(r, \theta) \in R^2 / r = f(\theta) \geq 0, \alpha \leq \theta \leq \beta\}$	Los límites de integración se calculan resolviendo la ecuación $r=0$; si existen soluciones, algunas de dichas soluciones serán los límites de integración; si no existe solución y la curva es cerrada, entonces los límites de integración se obtienen al acotar la función polar. Otro aspecto a tener en cuenta es observar las simetrías
$A(R) = \frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} [f^2(\theta) - g^2(\theta)] d\theta;$	Si $R = \{(r, \theta) \in R^2 / 0 \leq g(\theta) \leq f(\theta), \alpha \leq \theta \leq \beta\}$	

Fórmulas de integración por partes e integrales racionales:

$\int u dv = u \cdot v - \int v du$ <p>Inversas trigonométricas</p> <p>Logarítmicas</p> <p>Algebraicas (polinomios)</p> <p>Trigonométricas</p> <p>Exponenciales</p>	<p>Caso 1: Por cada factor lineal que no se repite: $ax + b : \frac{A}{ax+b}$</p>
	<p>Caso 2: Por cada factor lineal que se repite: $(ax + b)^n : \frac{A_1}{ax+b} + \frac{A_2}{(ax+b)^2} + \dots + \frac{A_n}{(ax+b)^n}$</p>
	<p>Caso 3: Por cada factor cuadrático que no se repite: $ax^2 + bx + c : \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c}$</p>
	<p>Caso 4: Por cada factor cuadrático que se repite: $(ax^2 + bx + c)^n : \frac{A_1x+B_1}{ax^2+bx+c} + \frac{A_2x+B_2}{(ax^2+bx+c)^2} + \dots + \frac{A_nx+B_n}{(ax^2+bx+c)^n}$</p>
	<p>Método de Hermite-Ostrogradski: $\int \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \frac{P_1(x)}{Q_1(x)} + \int \frac{P_2(x)}{Q_2(x)} dx$</p>

Sustitución de Weierstrass:

C.V.A: $z = Tg\left(\frac{x}{2}\right)$	PRINCIPALES TRASFORMACIONES: $Sen(x) = \frac{2z}{1+z^2}$ $Cos(x) = \frac{1-z^2}{1+z^2}$ $dx = \frac{2dz}{1+z^2}$	ACOTACIONES: Después de resolver la integral mediante esta técnica, quedará en términos de z, luego de ello se reemplaza $\square z \square$ por $\square Tg(x/2) \square$
--	---	---

Formulas recursivas (trigonométricas e hiperbólicas):

$\int Sen^n(u)du = -\frac{1}{n} Sen^{n-1}(u).Cos(u) + \frac{n-1}{n} \int Sen^{n-2}(u)du$	$\int Senh^n(u)du = \frac{1}{n} Senh^{n-1}(u).Cosh(u) - \frac{n-1}{n} \int Senh^{n-2}(u)du$
$\int Cos^n(u)du = \frac{1}{n} Cos^{n-1}(u).Sen(u) + \frac{n-1}{n} \int Cos^{n-2}(u)du$	$\int Cosh^n(u)du = \frac{1}{n} Cosh^{n-1}(u).Senh(u) + \frac{n-1}{n} \int Cosh^{n-2}(u)du$
$\int Tg^n(u)du = -\frac{1}{n} Tg^{n-1}(u) + \frac{n-1}{n} \int Tg^{n-2}(u)du$	$\int Tgh^n(u)du = \frac{1}{n} Tgh^{n-1}(u) + \frac{n-1}{n} \int Tgh^{n-2}(u)du$
$\int Ctg^n(u)du = -\frac{1}{n} Ctg^{n-1}(u) + \frac{n-1}{n} \int Ctg^{n-2}(u)du$	$\int Ctgh^n(u)du = \frac{1}{n-1} Ctgh^{n-1}(u) - \frac{1}{n-1} \int Ctgh^{n-2}(u)du$
$\int Sec^n(u)du = \frac{1}{n-1} Sec^{n-2}(u).Tg(u) + \frac{n-2}{n-1} \int Sec^{n-2}(u)du$	$\int Sech^n(u)du = \frac{1}{n} Sech^{n-1}(u).Tgh(u) + \frac{n-1}{n} \int Sech^{n-2}(u)du$
$\int Csc^n(u)du = -\frac{1}{n-1} Csc^{n-2}(u).Ctg(u) + \frac{n-2}{n-1} \int Csc^{n-2}(u)du$	$\int Csch^n(u)du = -\frac{1}{n-1} Csch^{n-1}(u).Ctgh(u) + \frac{n-2}{n-1} \int Csch^{n-2}(u)du$

Longitud de curvas (rectangulares, paramétricas y polares):

Si $f:[a,b] \rightarrow R$, continua y diferenciable en $[a,b]$, entonces: $L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$
Si $\ell \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$, $t \in [t_1, t_2]$, con $\frac{dx}{dt}$ y $\frac{dy}{dt}$ continuas, entonces: $L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$
Si ℓ se define como $r=f(\theta)$, $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$ y $\frac{dr}{d\theta}$, continua en $[\theta_1, \theta_2]$, entonces: $L = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$

Algunas aplicaciones en la física:

Centro de masa lineal: $\bar{x} = \frac{M_o}{M}$, donde: $M_o = \int_0^L x.\rho(x).dx$; $M = \int_0^L \rho(x).dx$; $\rho(x)$: función densidad; L: longitud del alambre
Centroide de una región plana: $\bar{x} = \frac{M_y}{A}$, $\bar{y} = \frac{M_x}{A}$ donde: $M_x = \frac{1}{2} \int_a^b (f^2(x) - g^2(x)).dx$; $M_y = \int_a^b x.(f(x) - g(x)).dx$; $A = \int_a^b (f(x) - g(x)).dx$
Trabajo mecánico: $W = \int_{x_0}^{x_f} F(x).dx$; F(x): función fuerza; x_0 : posición inicial; x_f : posición final