ESTADÍSTICA I

Instituto
Universitario
de Tecnología
para la Informática

CARRERA:

- **ADMINISTRACIÓN INDUSTRIAL**
- **ANÁLISIS DE SISTEMAS**
- **ELECTRÓNICA**

SEMESTRE:

- **SEGUNDO**

ÍNDICE

Introducción a la Asignatura

La Estadística es una ciencia fundamental para el análisis de la información económica y empresarial; de ahí que su enseñanza se incluya en las titulaciones de Economía de todo el mundo.

Esta publicación electrónica va dirigida a los estudiantes de Estadística I del grado de ESTUDIOS GENERALES en el Instituto Universitario de Tecnología para la Informática.

Su principal objetivo es proporcionar un material de trabajo que facilite la dinámica de las clases presenciales y vía online que ayude al estudiante en su planificación de estudio para ser utilizado en el análisis económico y empresarial para la demostración de sus aplicaciones.

A su vez proporcionar al estudiante los conocimientos básicos de Estadística Descriptiva que permiten presentar y resumir de manera eficiente la información contenida en un conjunto de datos para su análisis e interpretación en la ocurrencia y/o frecuencia de eventos reales o representativos.

Licdo. Luis aponte

Profesor de la Asignatura

Una publicación de

iutepi Instituto Universitario de Tecnología para la Informática

Contenido Programático

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESTADÍSTICO

- Definición y Concepto
  - Tipos
    - Descriptiva
    - Inferencial
  - Aplicación en Campos de Investigación

- Población y Muestra
  - Conceptos y Simbologías
  - Variables
    - Cualitativas
      - Nominales
      - Ordinales
    - Cuantitativas
      - Discretas
      - Continuas

- Medición y escalas de medidas
  - Medir
  - Escala nominal
  - Escala ordinal
  - Escala de intervalo
  - Escala de razón

- Técnica de Redondeo

- Ejercicios

Contenido Programático

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

- Tabla de distribución de frecuencia
    - Componentes para variables continuas y discretas para DatosDirectos y Agrupados
        - Frecuencias Absolutas, Relativas, Porcentajes, Acumuladas
        - Intervalos de clases: Límite Inferior y Límite Superior
        - Punto medio de clase: Forma de determinación

- Gráficos
    - Diagrama de Barra
    - Polígonos de Frecuencias
    - Histogramas
    - Diagrama Circular
    - Ojiva para Distribuciones Acumuladas

- Ejercicios

Contenido Programático

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE POSICIÓN

- Medidas de Tendencia Central
    - Conceptos y Características
    - Media Aritmética
        - Concepto
        - Cálculo a partir de Datos Directo y Datos agrupados
    - Mediana
        - Concepto
        - Cálculo a partir de Datos Directo y Datos agrupados
    - Moda
        - Concepto
        - Cálculo a partir de Datos Directo y Datos agrupados

Contenido Programático

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

- Medidas de Posición: Usos y Características
    - Cuartiles: Generalización de su fórmula de cálculo
    - Deciles
    - Percentiles
    - Rango Percentil

- Ejercicios

- Medidas de Dispersión
    - Concepto y Características
    - Rango, Rango intercuartiles
    - Desviación media, varianza, desviación estándar
        - Cálculo a partir de Datos sin agrupar y Datos agrupados
        - Coeficiente de variación

- Medidas de Forma
        - Coeficiente de Asimetría, Tipos
        - Coeficiente de Curtosis, Tipos

- Ejercicios

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESPECÍFICO

Definición y Concepto

La Estadística: es la ciencia que le facilita al hombre el estudio de datos masivos, mediante análisis e interpretación con el objetivo extraer conclusiones válidas y efectuar predicciones razonables de ellos, y así mostrar una visión de conjunto clara y de más fácil apreciación, así como para describirlos y compararlos.

En una forma práctica, La Estadística nos proporciona los métodos científicos para la recopilación, organización, resumen, representación y análisis de datos, o análisis de hechos, que se presenten a una valuación numérica.

Uso de la Estadística

Aunque comúnmente se asocie a estudios demográficos, económicos y sociológicos, gran parte de los logros de la estadística se derivan del interés de los científicos por desarrollar modelos que expliquen el comportamiento de las propiedades de la materia y de los caracteres biológicos. La medicina, la biología, la física, y en definitiva, casi todos los campos de las ciencias emplean instrumentos estadísticos de importancia fundamental para el desarrollo de sus modelos de trabajo.

Tipos de Estadística

La Estadística Descriptiva: Se dedica a la descripción, visualización y resumen de datos originados a partir de los fenómenos de estudio. Los datos pueden ser resumidos numérica o gráficamente. Ejemplos básicos de parámetros estadísticos son: la media y la desviación estándar. Algunos ejemplos gráficos son: histograma, pirámide poblacional, clúster, entre otros.

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESPECÍFICO

Tipos de Estadística (Continuación)

- **La Estadística Inferencial**: se dedica a la generación de los modelos, inferencia y predicciones asociadas a los fenómenos en cuestión teniendo en cuenta la aleatoriedad de las observaciones. Se usa para modelar patrones en los datos y extraer inferencias acerca de la población bajo estudio.

Aplicación en Campos de Investigación

Algunos campos de estudios son: las características biológicas o sociológicas, fenómenos físicos, producción, calidad, población riqueza, impuestos, cosechas entre otras. Para ayudar en la toma de decisiones o para explicar condiciones regulares o irregulares de algún fenómeno o estudio aplicado, de ocurrencia en forma aleatoria o condicional.

Sin embargo, estadística es más que eso, en otras palabras, es el vehículo que permite llevar a cabo procesos y aplicación práctica relacionada con la investigación científica en sus distintos campos de estudio.

- En las Ciencias Naturales: se emplea con profusión en la descripción de modelos termodinámicos complejos (mecánica estadística), en física cuántica, en mecánica de fluidos o en la teoría cinética de los gases, entre otros muchos campos.
- En las Ciencias Sociales y Económicas: es un pilar básico del desarrollo de la demografía y la sociología aplicada.
- En Economía: suministra los valores que ayudan a descubrir interrelaciones entre múltiples parámetros macro y microeconómicos.

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESPECÍFICO

Aplicación en Campos de Investigación (Continuación)

- En las Ciencias Médicas: permite establecer pautas sobre la evolución de las enfermedades y los enfermos, los índices de morbilidad y de mortalidad asociados a procesos patológicos, el grado de eficacia de un medicamento, entre otros usos.

POBLACIÓN Y MUESTRA

Población

En estadística va más allá de lo que comúnmente se conoce como tal. Una población se precisa como un conjunto finito o infinito de personas u objetos que presentan características comunes. Una población es un conjunto de todos los elementos que estamos estudiando, acerca de los cuales intentamos sacar conclusiones.

Cuando el número de elementos que integra la población es muy grande, se puede considerar a esta como una población infinita, por ejemplo: El conjunto de todos los elementos positivos. En cambio, una población finita es aquella que está formada por un limitado número de elementos, por ejemplo; el número de estudiantes del IUTEPI de la Isabelica.

Muestra

Es una parte representativa o colección de algunos elementos de la población, con el objeto de estudiar a la población de la cual ella proviene.

- Ejemplo: El promedio de las notas de los estudiantes del IUTEPI de la carrera de administración.

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESPECÍFICO

Variables

Es una característica observable que varía entre los diferentes individuos de una población. Existen dos categorías o tipo de variables:

Variable cualitativa: Es aquella que expresa un atributo o característica, ejemplo: Rubio, moreno, entre otras.

- ✓ **Nominal**: Son aquellas que se pueden determinar, mediante un atributo o propiedad en estudio y que no poseen orden.
  - Ejemplos: El sexo, color del cabello, religión, nacionalidad.
- ✓ **Ordinal**: Son aquellas que se pueden determinar mediante un atributo o propiedad en estudio y poseen orden.
  - Ejemplos: Nivel socioeconómico, jerarquía en el ejército, estructura organizativa en una empresa.

Variable cuantitativa: Es aquella que podemos expresar numéricamente: edad, peso, nº de hijos de una familia. Esta a su vez la podemos subdividir en:

- ✓ **Variable Discreta**: aquella que entre dos valores próximos puede tomar a lo sumo un número finito de valores.
- Ejemplos: el número de hijos de una familia, el de obreros de una fábrica, el de alumnos de la universidad.
- ✓ **Variable Continua**: la que puede tomar infinitos valores de un intervalo. En muchas ocasiones la diferencia es más teórica que práctica, ya que los aparatos de medida dificultan que puedan existir todos los valores del intervalo.
- Ejemplos: peso, estatura, distancias.

UNIDAD I

ETAPAS DEL TRABAJO ESPECÍFICO

Ejercicio N° 1

En los siguientes ejemplos, determina cuando la variable escrita es continua o Discreta.

1.1 Distancia entre la casa y la escuela.

1.2 Número de votos para cada uno de los candidatos a la presidencia.

1.3 Tiempo requerido para bañarse

1.4 Número de reclutas clasificación por grado en el ejercito

MEDICIÓN Y ESCALAS DE MEDIDAS

Medir: Es asignar números a observaciones de modo que estos sean susceptibles de análisis por medio de manipulación y operaciones de acuerdo con ciertas reglas.

Los datos estadísticos por lo general provienen de medidas sobre individuos o unidades experimentales de la población bajo estudio, así obtenemos un conjunto de datos, o resultado del experimento estadístico. Para facilitar el análisis asignaremos unos valores a cada unidad experimental de acuerdo con ciertas reglas; así podemos asignar el número 1 a los varones y el 2 a las hembras o bien los símbolos "V" y "H".

Pueden observarse muchas características diferentes para un mismo individuo, estas características, dependiendo del tipo de valores que originan, pueden medirse con cuatro tipos distintos de escalas de medidas.

Escala nominal: es la forma más simple de observación, es la clasificación de individuos en clases o categorías mutuamente excluyentes, y que simplemente pueden distinguirse entre sí, pero no compararse, ni realizar entre ellas operaciones aritméticas. En este tipo se incluyen características tales como profesión, nacionalidad, grupo económico, estado civil. Como estadísticas descriptivas, sólo admite el cálculo de la moda, así como también el conteo de las frecuencias.

Dentro del campo de los métodos de libre distribución (no paramétricos) acepta el uso de la prueba Chi - cuadrado y como medida de asociación admite el uso del coeficiente de contingencia, coeficiente de correlación entre las variables nominales dicotómicas, razones proporcionales y porcentajes.

Escala ordinal: utilizaremos este nivel cuando los elementos de un conjunto pueden ser ordenados en función de una característica en particular, por ejemplo: clasificar la familia por orden socio-económico, los estudiantes de acuerdo como terminaron el examen o según su rendimiento, escalafón universitario, entre otros. Este nivel admite las siguientes características:

- Constituye un nivel superior al nominal, por lo tanto, toda variable qué posea este nivel es porque es también nominal
- Los números asignados a las clases, deben tener un rango específico y orden, sin importar el número en sí, además no importa que la asignación se haga de mayor a menor o viceversa, en esta escala es posible que 1 sea mayor que 2, la diferencia entre estos dos números no tiene ningún significado, sólo indica la forma de transmitir la información, por lo tanto, no será posible realizar ningún tipo de operación aritmética, ya que estos resultados carecerían de significado estadístico.

- Cómo estadística descriptiva las más apropiadas para describir se tipo de números es la mediana. Dentro del campo no paramétrico es posible realizar la prueba de los signos. en relación con las medidas de asociación pueden utilizarse el coeficiente de correlación por rango de Sperman, Tau de Kendall y el coeficiente de correlación biserial.

Escala de intervalo: esta escala, además de clasificar y ordenar los datos, cuantifica la diferencia entre dos clases, es decir, pueden indicar cuánto más significa una categoría que otra. Para ello es necesario que se defina una unidad de medida y un origen, que es por naturaleza arbitrario, además permite las operaciones aritméticas. Admite las siguientes características:

- El número que se le asigne a cada elemento u objeto, corresponde a las unidades de medidas que posea, esto es: puntos, años, de grados ventas, entre otros.

- El punto cero es arbitrario, sólo constituye un punto de referencia.

- Cuando se codifica en una escala de intervalo, el 1 constituye una unidad menor que el 2. El hecho de que el punto cero sea arbitrario hace que en dicho nivel sólo puedan establecerse comparaciones en relación a las distancias entre intervalos y no diferencias relativas a cantidades.

- Como estadística descriptiva las operaciones que admite son la media aritmética, la mediana, moda, desviación estándar, coeficiente de correlación de Pearson, entre otras.

Escala de razón: es idéntica a la anterior, pero además existe unos cero absolutos y es el nivel más alto de medición, lo cual implica poseer todas las características de los anteriores niveles.

Por ejemplo, el volumen de ventas costo de producción, edad, cotización del dólar, entre otros. Siendo sus características básicas las siguientes:

- El cero absoluto significa total carencia del atributo o propiedad que se está midiendo.

- La diferencia entre dos números es totalmente significativa, es decir, a dos diferencias iguales en el atributo estudiado corresponde igual diferencia entre los números asignados y adicionalmente como el punto cero es real, es posible hacer afirmaciones como ésta: "el ejecutivo X tiene el doble de las ventas del ejecutivo Y"

- Como estadística descriptiva admite todas las del nivel anterior, además del coeficiente de variación que es una medida relativa de dispersión, ya que este coeficiente requiere del conocimiento del punto cero.

El nivel escogido para medir una característica condiciona el resto del análisis estadístico, pues las técnicas utilizadas deben tener en cuenta la escala que se ha empleado. En general cuanto mayor sea el nivel utilizado, mayor número de técnicas podrán aplicarse y mayor precisión se logrará, por lo que se recomienda usar la escala de intervalo o la de razón siempre que sea posible.

ACTIVIDADES

1. Redacte un ejemplo de características estadísticas en las siguientes escalas de medida: Nominal, Ordinal, Intervalo, de Razón.

2. Hemos realizado una encuesta a un grupo de ejecutivos de una empresa; clasifique las siguientes características, según su escala de medida y tipo de variable: peso, volumen de ventas, religión, número de hermanos, tiempo que tarda en llenar la encuesta, si tiene o no carnet del club privado, deporte preferido.

3. ¿Por qué no podemos decir que una temperatura de 100 grados Fahrenheit indica el doble de calor que una temperatura de 50 grados Fahrenheit?

4. Si agrupamos a los ejecutivos de la empresa en altos, medianos, bajos, ¿qué tipo de escala de medida usamos?, ¿y si lo ordenamos por estatura?

Técnicas de Redondeo.

Cifra a redondea es menor que 5, el ultimo digito a escribir que da igual.

Cifra a redondear es mayor que 5, el último digito a escribir aumenta en 1.

Cifra a redondear es igual a 5, se debe tomar en cuenta el par más próximo, para el último digito a escribir.

Ejemplo: redondea las siguientes cantidades hasta décimas y centésimas.

Cantidades	Decimas	Centésimas
3,5	3,5	NO HAY
11,568	11,6	11,57
41,551	41,6	41,55
2,458	2,4	2,46
33,115	33,1	33,12

Ejercicio N° 2

Redondea las siguientes cantidades

1.- 3,725 ; **2.-** 8,765 ; **3.-** 11,565 ; **4.-** 0,015

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Distribución de frecuencias

Se llama frecuencia a la cantidad de veces que se repite (aparece) el mismo dato estadístico en un conjunto de observaciones de una investigación determinada.
En estadística existe una relación con cantidades, números agrupados o no, los cuales poseen entre si características similares, donde se puede investigar: los precios de los productos de la dieta diaria, la estatura y el peso de un grupo de individuos, las calificaciones de los estudiantes, pudiendo tomar diferentes valores, que vienen siendo los datos estadísticos conocidos como variables.

La Distribución de frecuencias es una representación gráfica ordenada en forma de tabla de datos estadísticos, asignando a cada dato su frecuencia correspondiente. Las distribuciones de frecuencias pueden ser para datos directos o para datos agrupados en intervalos de clase.

Distribución de datos.

Ordenación de datos estadísticos, asignando a cada dato sus frecuencias en variables Cuantitativas.

- Con variables discretas.
- Con variables continuas.

Distribución de frecuencia para datos directos o no agrupados

Es aquella distribución que indica las frecuencias con que aparecen los datos estadísticos, desde el menor de ellos hasta el mayor de ese conjunto.

Tipos de frecuencia

En estadística se pueden distinguir cuatro tipos de frecuencias:

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Distribución de frecuencias

- ✓ **Frecuencia absoluta** (f_i) de una variable estadística X_i, es el número de veces que aparece en el estudio este valor. A mayor tamaño de la muestra, aumentará el tamaño de la frecuencia absoluta; es decir, la suma total de todas las frecuencias absolutas debe dar el total de la muestra estudiada (**N**).

- ✓ **Frecuencia relativa** (**fri**), es el cociente entre la frecuencia absoluta y el tamaño de la muestra (**N**). Es decir,

$$\boxed{fri = fi / N}$$

Si multiplicamos la frecuencia relativa por 100 obtendremos el porcentaje o tanto por ciento (**%**) que presentan esta característica respecto al total de **N**, es decir el 100% del conjunto.

- ✓ **Frecuencia absoluta acumulada** (F_a), es el número de veces n_i en la muestra **N** con un valor igual o menor al de la variable. La última frecuencia absoluta acumulada deberá ser igual a **N**.
- ✓ **Frecuencia relativa acumulada** (**Fra**), es el cociente entre la frecuencia absoluta acumulada y el número total de datos, **N**. Es decir,

$$\boxed{Fra = Fa / N}$$

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Tabla de frecuencias por datos directos o no agrupados:

- **Ejemplo**:

  Supóngase que se conocen los datos de la temperatura en un día cualquiera en la ciudad de valencia, tomadas en un lapso de 24 horas, en un dispositivo celular en el IUTEPI:

  26, 28, 29, 31, 33, 34, 34, 35, 34, 33, 30, 29, 27, 26, 26, 25, 24, 24, 24, 23, 23, 23, 23, 24.

Procedimiento para la construcción de la tabla de frecuencia.

1. Se Recolectan los datos.
2. Se ordenan los datos de menor a mayor.

23, 23, 23, 23, 24, 24, 24, 24, 25, 26, 26, 26, 27, 28, 29, 29, 30, 31, 33, 33, 34 34, 34, 35.

3. Se levantan las columnas: **x**, **fi**, **Fa**, **Fri**, **Fra**, **fri%**, **Fra%**.
4. Se calculan los valores correspondientes.

Significado de las columnas

X: identifica la variable (edad, peso, talla, salarios, entre otros).

fi: frecuencia absoluta, indica el número de veces que se repite un dato.

Fa: frecuencia acumulada absoluta, representa el número de datos comprendido entre dos valores dados.

Fri: son las frecuencias ordinarias relativas e indican la proporción que representa los datos de una casilla determinada en una relación al total de datos.

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Significado de las columnas

Fra: son las frecuencias relativas y representan la proporción de casos ubicados entre el extremo inferior (Li) de la distribución y un valor superior (Ls).

fri%: son los porcentajes ordinarios, que representan los datos de cada casilla.

Fra%: son los porcentajes acumulados, que representan el porcentaje de datos acumulados, desde el extremo inferior (Li) hasta un valor dado de la distribución.

Tabla N° 1

Tabla de Distribución de frecuencias por datos directos o no agrupados:

Temperatura en la ciudad de Valencia, tomadas en un lapso de 24 horas

x	fi	Fa	fri = fi / n	Fra = Fa / n	fri%	Fra%
23	4	4	0,17	0,17	17	17
24	4	8	0,17	0,33	17	33
25	1	9	0,04	0,38	4	38
26	3	12	0,12	0,50	13	50
27	1	13	0,04	0,54	4	54
28	1	14	0,04	0,58	4	58
29	2	16	0,07	0,67	8	67
30	1	17	0,03	0,71	4	71
31	1	18	0,03	0,75	4	75
33	2	20	0,06	0,83	8	83
34	3	23	0,09	0,96	13	96
35	**1**	**24**	**0,03**	**1,00**	**4**	**100**

Fuente: Estudiantes del 2do. Semestre de Administración del IUTEPI, el 31 de mayo 2024

Datos Directos: 23, 23, 23, 23, 24, 24, 24, 24, 25, 26, 26, 26, 27, 28, 29, 29, 30, 31, 33, 33, 34, 34, 34, 35

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Distribución de frecuencia para datos directos

Ejercicios Propuestos:

Para cada ejercicio propuesto determine, distribución de frecuencias y sus porcentajes:

1) Al preguntar a 20 individuos por el número de personas que viven en su casa, hemos obtenido las siguientes respuestas:

   5, 3, 4, 4, 1, 2, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 3, 5, 4, 3, 2, 4, 5, 3

2) En una empresa de telefonía están interesados en saber cuál es el número de aparatos telefónicos (incluidos teléfonos móviles) que se tiene en las viviendas. Se hace una encuesta y, hasta ahora, han recibido las siguientes respuestas:

   3, 2, 1, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3

3) Hemos preguntado a 20 personas por el número medio de días que practican deporte a la semana y hemos obtenido las siguientes respuestas:

   3, 1, 2, 3, 3, 6, 2, 3, 5, 3, 6, 2, 0, 1, 6, 4, 3, 2, 3, 7

4) Hemos lanzado un dado 20 veces y hemos ido anotando los resultados que obteníamos:

   6, 3, 5, 3, 2, 3, 2, 4, 5, 1, 1, 1, 4, 4, 5, 1, 2, 6, 3, 5

5) En una clase se ha realizado un examen tipo test de 40 preguntas. El número de respuestas correctas conseguidas por cada uno de los alumnos de esa clase ha sido:

   30, 25, 5, 10, 20, 20, 15, 10, 20, 40, 40, 30, 10, 30, 25, 30, 5, 40, 10, 20

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Distribución de frecuencia para datos agrupados

Cuando se dispone de gran número de datos, es útil el distribuirlos en clases o categorías y determinar el número de individuos pertenecientes a cada clase, que viene siendo la frecuencia de clase.

Los datos ordenados y resumidos se suelen llamar *datos agrupados.* Aunque con el proceso de agrupamiento generalmente se pierde parte del detalle original de los datos, tiene la importante ventaja de presentarlos «todos» en un sencillo cuadro que facilita el hallazgo de las relaciones que pueda haber entre ellos, puestas así de manifiesto.

Ejemplo de distribución de frecuencia para datos agrupados

La siguiente tabla señala la distribución de frecuencias de alturas (registradas con aproximación de pulgada) de 100 estudiantes de una Universidad.

Anchura	Pulgadas
60 – 62	5
63 – 65	18
66 – 68	42
69 – 71	27
72 – 74	8
Total	**100**

La primera clase o categoría, por ejemplo, comprende las alturas de 60 – 62 pulgadas que corresponde a 5 estudiantes, así sucesivamente con cada categoría.

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Rango o Amplitud Total (recorrido)

Es el límite dentro del cual están comprendidos todos los valores de la serie de datos, en otras palabras, es el número de diferentes valores que toma la variable en un estudio o investigación dada. Es la diferencia entre el valor máximo de una variable y el valor mínimo que ésta toma en una investigación cualquiera. se designa con la letra R.

$$\mathbf{R = X_{max} - X_{min}}$$

En tal caso, **R** = 74 – 60 = 14

Intervalo de clases. Punto Medio.

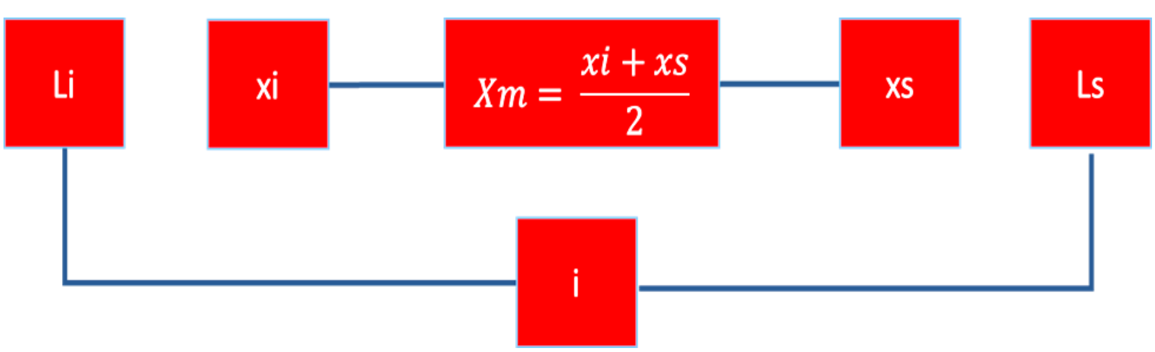
Lo podemos definir como el conjunto de datos que se encuentran ubicados entre los límites establecidos. Por ejemplo:

[3,6), incluye los valores: 3, 4, 5 y excluye el 6.

[3,6], incluye los valores: desde el 3 al 6.

(3,6], excluye el valor 3 e incluye; 4,5 y 6.

Ejemplos de un intervalo.



UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Intervalo de clases. Punto Medio (continuación)

xi: límite aparente inferior del intervalo.

Xs: límite aparente superior del intervalo.

Li: límite real inferior del intervalo.

Ls: límite real superior del intervalo.

Xm: es el punto medio del intervalo.

i: es la amplitud del intervalo.

Limites verdaderos.

Los limites verdaderos de un valor particular de una variable continua, son iguales a ese número, más o menos la mitad de la unidad de medida correspondiente.

- Ejemplo 1:

  Hallar los límites verdaderos de 0,4

  Procedimiento:

  1. 0,4 está entre 0,3 y 0,5, la unidad de medida de 0,4 es 0,1 en 0,1

  Dividimos 0,1 entre 2: 0,1/2: 0,05

  Al número 0,4 se le suma y se le resta 0,05.

  0,4 - 0,05 = 0,35 (limite verdadero inferior)

  0,4 + 0,05 = 0,45 (limite verdadero superior)

Punto Medio de Clases

El punto medio de clase se obtiene sumando los límites inferior y superior de la clase y dividiendo por 2.

$$\boxed{X_m = (X_s + X_i) / 2 = (L_s + L_i) / 2}$$

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Intervalo de clases. Punto Medio (continuación)

Así el punto medio de clases del intervalo (60 – 62) es ➔ $X_m = (60 + 62)/2 = 61$Para los demás intervalos el punto medio de clases se calcula de la misma manera.

Tabla N° 2

Alturas (registradas con aproximación de pulgada) de 100 estudiantes de una Universidad

Ni	Li	Xi – Xs	Ls	Xm	fi	Fa	fri	Fra	fri %	Fra %
1	59,5	60 – 62	62,5	61	5	5	0,05	0,05	5	5
2	62,5	63 – 65	65,5	64	18	23	0,18	0,23	18	23
3	65,5	66 – 68	68,5	67	42	65	0,42	0,65	42	65
4	68,5	69 – 71	71,5	70	27	92	0,27	0,92	27	92
5	**71,5**	**72 – 74**	**74,5**	**73**	**8**	**100**	**0,08**	**1**	**8**	**100**

Fuente: García, D.(2019)

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Intervalo de clases. Punto Medio (continuación)

- **Ejercicio Propuesto**:

  Considere los siguientes datos: 14, 21, 23, 21, 16, 19, 22, 25, 16, 16, 24, 24, 25, 19, 16, 19, 18, 19, 21,12, 16, 17,18, 23, 25, 20, 23, 16, 20,19, 24, 26, 15, 22, 24, 20, 22, 24,22, 20.

1. Elabore una distribución de frecuencias usando las clases:
   12 – 14, 15 – 17, 18 – 20, 21 – 23 y 24 – 26.
2. Elabore la distribución de frecuencias relativas y sus porcentajes con la misma amplitud de la parte a.

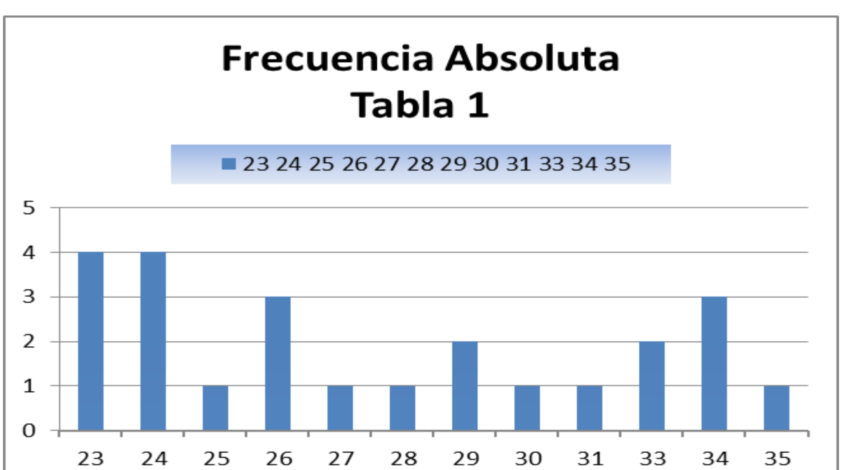
Representación Gráfica de Distribución de Frecuencias

De Barras Simples (Datos Directos)

Los diagramas de barras reflejan los conteos de frecuencia de valores de los distintos niveles de una variable categórica o nominal. A veces se usan diagramas de barras para representar otras estadísticas, como porcentajes.

Las barras representan los niveles de una variable; la altura de las mismas indica el conteo de respuestas de cada nivel.

Gráfico de Barra de la Tabla N° 1 (Datos: X, Fi)



UNIDAD II

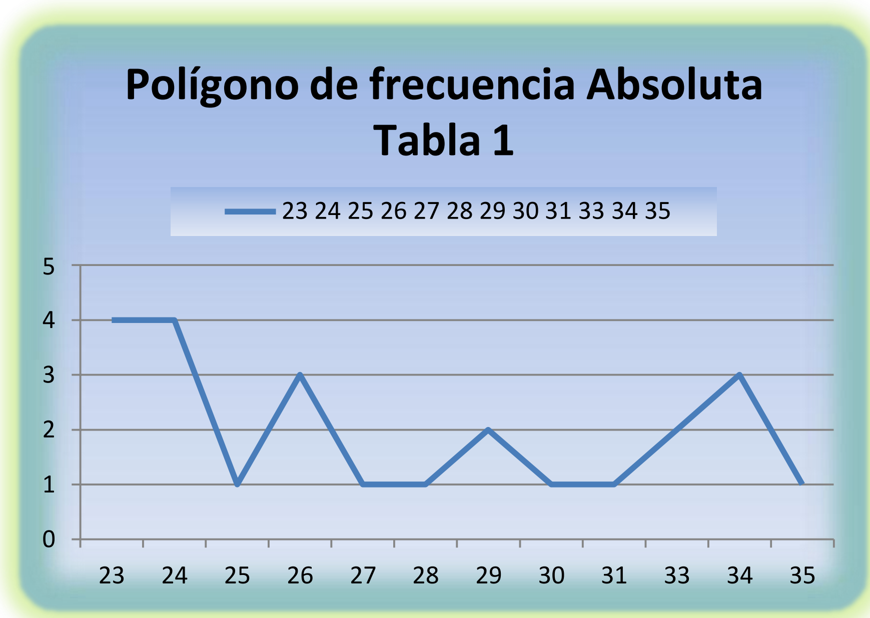
RECOLECCIÓN DE DATOS

Representación Gráfica de Distribución de Frecuencias

Polígono de frecuencia para datos

Son aquellos que se desarrollan mediante la marca de clase que tiene coincidencia con el punto medio de las distintas columnas del histograma. En el momento de la representación de todas las frecuencias que forman parte de una tabla de datos agrupados.

Polígono de la Tabla N° 1 (Datos: X, Fi)



UNIDAD II

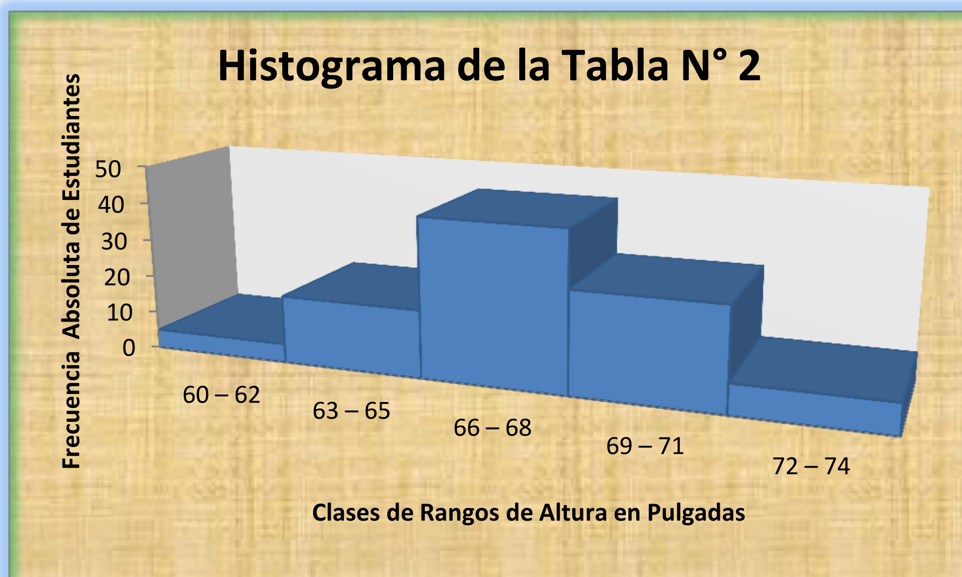
RECOLECCIÓN DE DATOS

Representación Gráfica de Distribución de Frecuencias

Histograma de Frecuencia

Es un gráfico asociado a datos continuos dispuestos en una tabla de distribución de frecuencias, similar al diagrama de barras, pero con las características que entre barra y barra no hay separación.

Histograma de la Tabla N° 2 (Datos: (X_i - X_s), Fi)



UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Representación Gráfica de Distribución de Frecuencias

Diagrama Circular o Gráfica de Sectores

Se emplean generalmente para representar distribuciones de razones. Su nombre se deriva de la semejanza de sus porciones a trozos de un pastel.

El círculo representa a la suma porcentual del conjunto de la distribución de razones (100%). Cada porción indica una razón en la serie.

Los diagramas de barras y de pastel se usan para representar datos no continuos.

Procedimiento para representar un diagrama circular:

a) Ordenar categorías, en función del mayor o número de datos correspondientes a las categorías.
b) Determinar el porcentaje de cada categoría, pero en función del total de la población.
c) Buscar el equivalente del porcentaje en grados por cada categoría, multiplicando cada porcentaje por 360 y dividiendo entre 100.
d) Trazar el círculo y colocar el centro del transportador en el centro del círculo, luego, a partir del valor 90 indicado en el transportador y en dirección a las manecillas del reloj marcamos los grados correspondientes a cada categoría a representar.
e) Escribir el nombre de cada categoría y su porcentaje respectivo en la posición correspondiente trazada en el círculo, o escribir una leyenda al lado derecho de la gráfica, indicando las categorías con sus correspondientes porcentajes

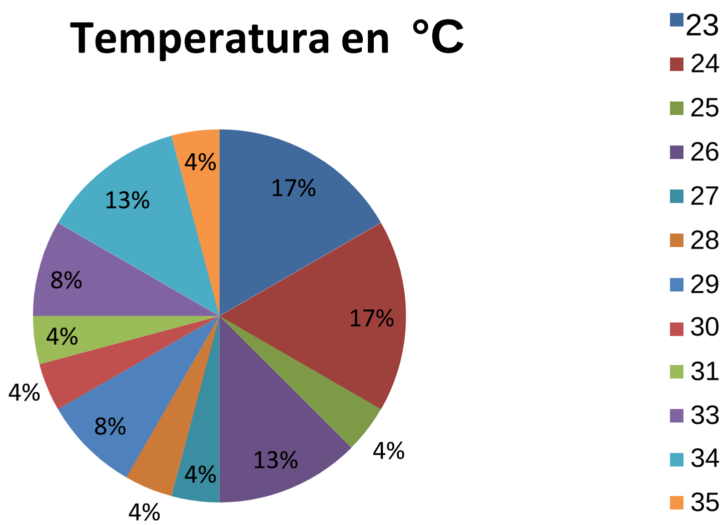
UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Diagrama Circular o Gráfica de Sectores (Continuación)

Gráfico N° 4.

Temperatura en la ciudad de valencia, tomadas en un lapso de 24 horas



Ejercicios:

Para cada ejercicio propuesto determine, distribución de frecuencias y sus porcentajes:

1) Al preguntar a 20 individuos por el número de personas que viven en su casa, hemos obtenido las siguientes respuestas:

   5, 3, 4, 4, 1, 2, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 3, 5, 4, 3, 2, 4, 5, 3

2) En una empresa de telefonía están interesados en saber cuál es el número de aparatos telefónicos (incluidos teléfonos móviles) que se tiene en las viviendas. Se hace una encuesta y, hasta ahora, han recibido las siguientes respuestas:

   3, 2, 1, 2, 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 2, 3

UNIDAD II

RECOLECCIÓN DE DATOS

Representación Gráfica de Distribución de Frecuencias

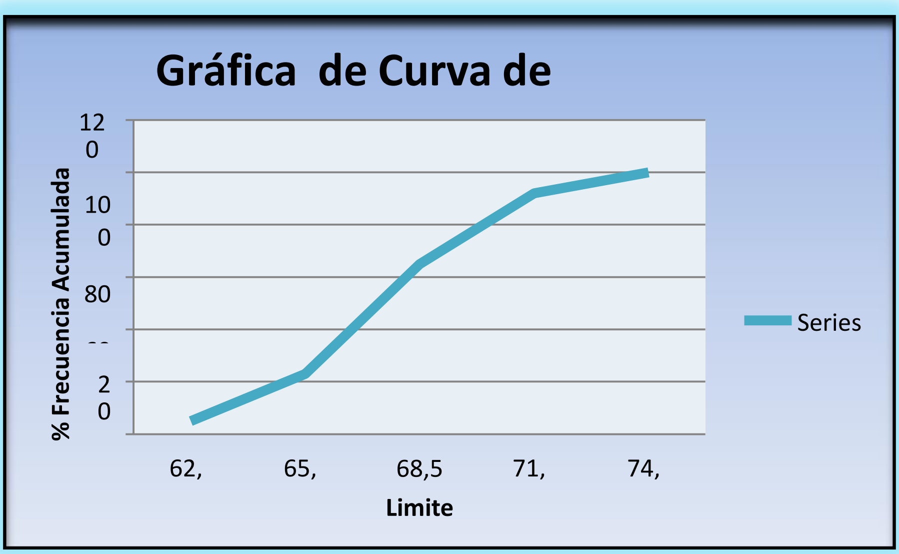
Curva de frecuencias (Ojiva de Galton)

En estadística, la ojiva es un polígono frecuencia acumulada, es decir, que permite ver cuántas observaciones se encuentran por encima o debajo de ciertos valores, en lugar de solo exhibir los números asignados a cada intervalo. La ojiva apropiada para información que presenta frecuencias mayores que el dato que se está comparando tendrá pendientes negativas (hacia abajo y a la derecha) y en cambio la que se asigna avalores menores, tendrá una pendiente positiva.

Una gráfica similar al polígono de frecuencias es la ojiva, pero ésta se obtiene de aplicar parcialmente la misma técnica a una distribución acumulada y de igual manera que éstas.

Gráfico N° 5

Gráfica de Curva de frecuencia de la Tabla N° 2. (Datos: Ls, %Fra)



UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE POSICIÓN

Medidas de Tendencia Central

Son conocidas también como valores medios o medidas representativas, son de gran importancia en la estadística.

La media Aritmética: $\bar{\bar{X}}$

Conocida también como promedio aritmético o media aritmética, es la medida de tendencia central más conocida y utilizada. Se representa por la letra griega µ cuando se trata del promedio del Universo o Población, y por $\bar{\bar{X}}$ (léase X barra) cuando se trata del promedio de la muestra. Es importante destacar que µ es una cantidad fija mientras que el promedio de lamuestra es variable puesto que diferentes muestras extraídas de la misma población tienden a tener diferentes medias. La media se expresa en la misma unidad que los datos originales: centímetros, horas, gramos, entre otros.

Se puede calcular para datos directos como para datos agrupados por intervalos, a continuación, la fórmula para cada caso.

Media aritmética para datos directos sin repetición: Se suman todos los datos o variables y se divide entre el número total de ellos.

$$\bar{X} = \frac{\sum X * fi}{n}$$

∑: Sumatoria

X: Variable en estudio n: total de los datos

Ejemplo: Consideré los siguientes datos 3, 8, 4, 10, 6, 2. Determiné la media aritmética

$$\bar{\bar{X}} = \quad (3 + 8 + 4 + 10 + 6 + 2) / 6 = 33 / 6 \quad \bar{X} = 5{,}5$$

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL Y DE POSICIÓN

Media aritmética para datos directos con repetición:

A la tabla de distribución de frecuencia para datos agrupados se le agrega una columna que indica la multiplicación de la variable (**X_i**) por la frecuencia absoluta (**f_i**), se totaliza la columna para obtener la sumatoria y se divide entre el total de la población.

f_i: Frecuencia (Número de veces que se repite el dato)

N: total de los datos de la población o muestra

Ejemplo: Calcular la media de una distribución estadística que viene dada por los siguientes datos:

X	61	64	67	70	73
f_i	5	18	42	27	8

Se procede a realizar la tabla de distribución de frecuencias, para obtener la media aritmética.

Tabla N° 3. Distribución Estadística

X_i	f_i	$X_i * f_i$
61	5	305
64	18	1152
67	42	2814
70	27	1890
73	8	584
Total	**100**	**6745**

$$\bar{X} = 6745 / 100 = 67,45$$

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Media aritmética para datos agrupados en intervalos

Para éste caso hay que calcular la marca de clase o punto medio para cada intervalo, como se explicó anteriormente en la distribución de frecuencia para datos agrupados.

X_m: marca de clase o punto medio del intervalo N: total de la población o muestra:

$$\overline{X} = \frac{\sum Xm * fi}{n}$$

- **Ejemplo**: El peso de 50 trabajadores de una empresa se representa en la siguiente tabla de distribución de frecuencias.

Datos Agrupados

Tabla N°4. Distribución de frecuencias

Intervalos de clase	53 – 57	58 – 62	63 – 67	68 – 72	73 – 77	78 – 82	83 – 87
f_i	2	7	10	12	9	6	4

Intervalos de clase (kg)	**f_i**	**F_a**	**X_m**	**$X_i * f_i$**
53 – 57	2	2	55	110
58 – 62	7	9	60	420
63 – 67	10	19	65	650
68 – 72	12	31	70	840
73 – 77	9	40	75	675
78 – 82	6	46	80	480
83 – 87	4	50	85	340
Total	**50**			**3515**

Fuente: García, D. (2019)

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Media aritmética para datos agrupados en intervalos

La marca de clase para el intervalo (53 – 57), se calcula: X_m = (53 + 57) / 2 = 55.

Para el intervalo (58 – 62) ➔ X_m = (58 + 62) / 2 = 60; correspondientemente para el resto de los intervalos.

Calculando para el punto medio del primer intervalo $X_m.f_i$= 55 x 2= 110

Resultado: 3515 / 50 = 70,3 Kg.

$\bar{X}$ = **70,3 ≈ 70**

Mediana.

Se define como el dato que divide en dos partes iguales o el que se encuentra en el lugar central de una serie ordenada. Para encontrar la mediana: Organizar los puntos de datos de menor a mayor. Si el número de datos es impar, la mediana es el punto en la mitad de los datos en la lista. Si el número de datos es par, la mediana es el promedio de la suma de los dos puntos al medio de la lista.

Datos directos

- **Ejemplo**:

Supóngase que se conocen los datos de las temperaturas en un día cualquiera en la ciudad de valencia, tomadas a las 8 a.m. en un dispositivo celular en el IUTEPI:

26, 28, 29, 31, 33, 34, 34, 35, 34, 33, 30, 29, 27, 26, 26, 25, 24, 24, 24, 23, 23, 23, 23, 24.

Procedimiento para Serie par

1. Se ordenan los datos de menor a mayor.

   23, 23, 23, 23, 24, 24, 24, 24, 25, 26, 26, 26, 27, 28, 29, 29, 30, 31, 33, 33, 34 34, 34, 35.

2. Se determina la posición que ocupa la mediana.

Lugar= (n+1) / 2= (24+1) / 2= 25 / 2 = 12,5

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Mediana. (Continuación)

Como la mediana ocupa el lugar 12.5, significa que está ubicada entre los datos que ocupa 12 y 13, que son los datos centrales del problema.

3. Se realiza la semisuma de los datos centrales:

Me= (26 + 27) / 2= 26,5

Interpretación: 26,5 es el valor que divide a la serie ordenada en dos partes exactamente iguales.

- **Ejemplo**: Calcular la mediana en la siguiente serie que representa los pesos en kg de 9 niños, n es impar: 30, 36, 30, 27, 33, 24, 24, 21, 30.

Procedimiento para serie par:

1) Se ordenan los datos de menor a mayor.

   21, 24, 24, 27, 30, 30, 30, 33, 36.

2) Se determina el lugar que ocupa la mediana.

   Lugar = (n + 1) / 2= (9 + 1) /2= 5

   Se cuentan los datos de la serie ordenada desde 1 hasta el 5.

   En el ejemplo dado, el lugar que corresponde al 5, es el número 30, por consiguiente, la mediana es igual 30.

3) Interpretación: 30 kg, es el valor que divide la serie en dos, existe el 50% de datos a ambos lados.

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Mediana. (Continuación)

Procedimiento:

3) Interpretación: 30 kg, es el valor que divide la serie en dos, existe el 50% de datos a ambos lados.

Mediana para datos agrupados en intervalos de Clases

La mediana para datos agrupados, es necesario determinar el intervalo de clase donde ésta se localizará. Para ello, basta con observar en la tabla de frecuencias, la clase que tiene mayor frecuencia absoluta.

La fórmula a utilizar es la siguiente:

Me = Li + (N/2 – Fa) * A / fi

Li: Límite inferior correspondiente al intervalo donde se encuentra la mediana.

N: total de la población o muestra.

Fa: Frecuencia acumulada correspondiente al intervalo anterior a la mediana.

fi: frecuencia absoluta del intervalo donde se encuentra la mediana.

A: amplitud del intervalo.

Ejercicio: Tomando en cuenta los datos de la tabla N° 5, determine la Mediana.

Calculamos N/2 = 50/2 = 25, se busca en la columna de **Fa** igual a 25 o mayor que 25, para el ejercicio se puede observar en el intervalo 68 – 72, la ubicación de la Mediana.

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Mediana para datos agrupados en intervalos de Clases (Continuación)

Tabla N°5. Distribución de frecuencias

Intervalos de clase(kg)	f_i	F_a
53 – 57	2	2
58 – 62	7	9
63 – 67	10	19
68 – 72	12	**31**
73 – 77	9	40
78 – 82	6	46
83 – 87	4	50
Total	**50**	

Fuente: García, D. (2019)

Se toman los datos del intervalo para calcular la mediana,

L_I = 68 – 0,5 = 67,5

F_a= 19

f_i = 12

A= 72,5 – 67,5 = 5

Sustituyendo los datos en la fórmula se obtiene:

Me= 67,5 + (25 – 19) * 5 **/** 12

Me= 70kg.

Interpretación: 70kg es el valor que divide los de los 50 trabajadores en dos partes iguales.

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Moda (datos directos).

La moda es el valor de un conjunto de datos que aparece con mayor frecuencia. No depende de valores extremos, pero es más variable que la media y la mediana.

Es el valor que más se repite. En el ejemplo anterior de las temperaturas tomadas en el IUTEPI.

26, 28, 29, 31, 33, 34, 34, 35, 34, 33, 30, 29, 27, 26, 26, 25, 24, 24, 24, 23, 23, 23, 23, 24.

Se ordenan los datos de menor a mayor.

23, 23, 23, 23, 24, 24, 24, 24, 25, 26, 26, 26, 27, 28, 29, 29, 30, 31, 33, 33, 34 34, 34, 35.

Interpretación: El valor más frecuente en esta serie es el 23 y 24, por lo tanto, existen dos modas en esta distribución, siendo una serie bimodal.

Moda para datos agrupados en intervalos de Clases.

Aquí se va determinar la moda para datos agrupados en intervalos, cuya fórmula es la siguiente:

$$Mo = Li + d_1 * A / (d_1 + d_2)$$

Li: Límite inferior correspondiente al intervalo modal, es decir el intervalo con mayor frecuencia

d_1: Es la diferencia de la frecuencia modal y la frecuencia anterior al intervalo modal

d_2: Es la diferencia de la frecuencia modal y la frecuencia posterior al intervalo modal

A: amplitud del intervalo modal

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Ejemplo: continuando con el ejemplo anterior, determine la moda dela tabla N° 5

Tabla N°5. Distribución de frecuencias

Intervalosde clase (kg)	f_i	F_a
53 – 57	2	2
58 – 62	7	9
63 – 67	10	19
68 – 72	**12**	31
73 – 77	9	40
78 – 82	6	46
83 – 87	4	50
Total	**50**	

Fuente: García, D. (2019)

Procedimiento

Para conseguir el intervalo correspondiente a la moda:

1. se busca en la columna **fi** el mayor valor de todos, en la tabla coincide con el intervalo de la mediana, ya que el mayor valor es 12.
2. Se determina

Li = 67,5

A = 5

$\mathbf{d_1}$ = 12 – 10 = 2

$\mathbf{d_2}$ = 12 – 9 = 3 Sustituyendo los valores en la fórmula

Mo = 67,5 + 2 * 5 / (2 + 3)

Mo = 69,5 ≈ 70 Kg

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Ejercicio Propuesto:

1. La distribución de frecuencias siguiente muestra los precios de las 30 acciones del Promedio Industrial Dow Jones (The Wall Street Joumal, 16 de enero de 2006).

Tabla N°6. Distribución de frecuencias de los precios de 30 acciones.

Precio por acción ($)	**Frecuencia**
20 – 29	7
30 – 39	6
40 – 49	6
50 – 59	3
60 – 69	4
70 – 79	3
80 – 89	**1**

Fuente: García, D (2019)

2. Calcule:

a) El precio medio por acción en el Promedio Industrial Dow Jones.

b) El valor que divide al precio de las acciones en dos partes iguales.

c) Los precios por acción que más se repiten.

UNIDAD III

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Ejercicio Propuesto: **(Continuación)**

3. Hallar la media, la mediana y la moda en cada uno de los siguientes conjuntos de medidas:

a) 6, 9, 8, 10, 1, 3, 2, 2, 1, 8

b) 3, 5, 5, 4, 4, 6, 6, 7

c) 99, 3, 6, 6, 6, 1, 2.

4. En cuál de los conjuntos de medidas del ejercicio anterior, es la media una medida de tendencia menos estable.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Orden o de Posición.

Son indicadores usados para señalar que porcentaje de datos dentro de una distribución de frecuencias superan estas expresiones, cuyo valor representa el valor del dato que se encuentra en el centro de la distribución de frecuencia, por lo que también se les llama “medidas de tendencia central.

Las medidas de posición dividen un conjunto de datos en grupos con el mismo número de individuos. Para calcular las medidas de posición es necesario que los datos estén ordenados de menor a mayor.

Se determina como la mediana, y a continuación se describen las medidas de posición más comunes utilizadas en estadística, como lo son:

Cuartiles: Hay 3 cuartiles que dividen a una distribución en 4 partes iguales (primero, segundo y tercer cuartil).

Deciles: Hay 9 deciles que la dividen en 10 partes iguales (primero al noveno decil).

Percentiles: Hay 99 percentiles que dividen a una serie en 100 partes iguales (primero al noventa y nueve percentiles).

Cuartiles: (Q1, Q2, Q3)

Interpretación

Q1: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 25% de los datos

Q2: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 50% de los datos

Q3: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 75% de los datos

Para datos directos o datos no agrupados:

Si **N** es par: **Qk= K * N / 4**

Si **N** es Impar: **Qk= K * (N +1) / 4**

Ejemplo:

Determinar el cuartil dos **(Q2)** de los datos que se presentan indicados en la Tabla N° 1

Tabla de datos directos o no agrupados:
Temperatura en la ciudad de valencia, tomadas en un lapso de 24 horas

Temperatura	fi	Fa
23	4	4
24	4	8
25	1	9
26	3	12
27	1	13
28	1	14
29	2	16
30	3	17
31	1	18
33	2	20
34	3	23
35	1	24

Fuente: García, D. (2019)

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Procedimiento:

Como **N** es igual a 24 aplicamos la fórmula:

Q2= K * N / 4 = 2 * 24 / 4 = 12, es decir, **Q2** se halla en posición 12

Luego este dato correspondiente a la temperatura N° 12 cae en la casilla 4 de arriba hacia debajo de la columna **Fa**, el cual se le hace corresponder el valor 26 en la columna Temperatura, que representa el valor de **Q2**; es decir, **Q2** es igual a 26 grados centígrados.

Interpretación

Así que 26 grados centígrados es el valor por debajo del cual se encuentra el 50% de los datos.

Deciles: (D1, D2,….D9)

Interpretación

D1: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 10% de los datos

.

D9: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 90% de los datos

Para datos directos o datos no agrupados:

Si **N** es par: **Dk= K * N / 10**

Si **N** es Impar: **Dk= K * (N +1) / 10**

Ejemplo:

Determinar el decil siete **(D7)** de los datos que se presentan indicados en la tabla anterior.

Procedimiento:

Como **N** es igual a 24 aplicamos la fórmula:

D7= K * N / 10 = 7 * 24 / 10 = 16,8; es decir, **D7** se halla en la casilla 8.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Procedimiento: (Continuación)

Luego este dato correspondiente a la temperatura N° 16,8 cae en la casilla 8 de arriba hacia debajo de la columna **Fa**, el cual se le hace corresponder el valor 30 en la columna Temperatura, que representa el valor de **D7**; es decir, **D7** es igual a 30 grados centígrados.

Interpretación

Así que 30 grados centígrados es el valor por debajo del cual se encuentra el 70% de los datos.

Percentiles: (P1, P2,….P99)

Interpretación

P1: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 1% de los datos

.

P99: Valor del conjunto de datos por debajo del cual está el 99% de los datos

Para datos directos o datos no agrupados:

Si **N** es par: **Pk= K * N / 100**

Si **N** es Impar: **Pk= K * (N +1) / 100Ejemplo:**

Determinar el percentil noventa **(P90)** de los datos que se presentan indicados en la tabla anterior.

Procedimiento:

Como **N** es igual a 24 aplicamos la fórmula:

P90= K * N / 100 = 90 * 24 / 100 = 21,60; es decir, **P90** se halla en la casilla 11.

Luego este dato correspondiente a la temperatura N° 21,60 cae en la casilla 11 de arriba hacia debajo de la columna **Fa**, el cual se le hace corresponder el valor 34 en la columna Temperatura, que representa el valor de **P90**; es decir, **P90** es igual a 34 grados centígrados.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Interpretación

Así que 34 grados centígrados es el valor por debajo del cual se encuentra el 90% de los datos.

Cuartiles: (Q1, Q2, Q3)

Para datos agrupados:

Qk= Li + (K * N / 4 – Fa) * A / fi

Li: Límite real inferior correspondiente a la clase del cuartil

K * N / 4: Lugar donde está el cuartil para ubicarlo en la tabla de distribución

Fa: Frecuencia acumulada de la clase que antecede al cuartil

fi: frecuencia absoluta de la clase del cuartil.

Existen tres tipos de cuartiles:

Q1: representa el 25% de todos los datos

Q2: representa el 50% de todos los datos

Q3: representa el 75% de todos los datos

Deciles: (D1, D2,….D9)

Para datos agrupados:

Dk = Li + (K * N / 10 – Fa) * A / fi

Li: Límite real inferior correspondiente a la clase del decil

K * N / 4: Lugar donde está el decil para ubicarlo en la tabla de distribución

Fa: Frecuencia acumulada de la clase que antecede al decil

fi: frecuencia absoluta de la clase del decil

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Percentiles: (P1, P2,….P99)

Para datos agrupados:

Pk = Li + (K * N / 100 – Fa) * A / fi

Li: Límite real inferior correspondiente a la clase del percentil

K * N / 100: Lugar donde está el percentil para ubicarlo en la tabla de distribución

Fa: Frecuencia acumulada de la clase que antecede al percentil

fi: frecuencia absoluta de la clase del percentil

Ejemplo: en el siguiente cuadro se cuenta con la distribución de edades del profesorado de una Escuela Superior de Enfermería.

Tabla N°7.

Distribución de edades de la plantilla Docente de una Escuela de Enfermería

Edad (Años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada
31 – 35	3	3
36 – 40	3	6
41 – 45	6	12
46 – 50	14	26
51 – 55	9	35
56 – 60	8	43
61 – 65	7	50
66 – 70	6	56
71 – 75	4	60
TOTAL	**60**	

Fuente: García, D (2019).

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Orden o de Posición. (Continuación)

Determine: a) **Q1** b) **Q2** c) **Q3** d) **D1** e) **D5** f) **P70** g) **P90**

Solución:

a) Primero se obtiene **K * N / 4**, Para ubicar en la tabla la posición del cuartil; **K * N / 4** = 1*60/4 = 15, se busca en la columna de **Fa** igual o mayor al valor, en éste caso mayor a 15, como se puede observar en la tabla anterior, se encuentra en el intervalo 46 – 50, se procede de igual forma cuando se calculó la mediana, es decir

Li = 46 – 0,5 = 45,5

Fa =12

fi =14

41 – 45	6	12
46 – 50	**14**	**26**

Al sustituir se obtiene; **Q1** = 45,5 + (15 – 12)*5/14 = 45,5 + 15/14 = 46,57 ≈ **Q1** = 47 Años.

b) **K * N / 4** = 2*60/4 = 30

Li= 51 – 0,5 = 50,5

Sustituyendo se tiene;

46 – 50	14	26
51 – 55	**9**	**35**

Q2 = 50,5 + (30 – 26)*5/9 = 52,72 ≈ **Q2** = 53 Años

c) **K * N / 4** = 3*60/4 = 45

Sustituyendo en la fórmula se obtiene;

56 – 60	8	43
61 – 65	**7**	**50**

Q3 = 60,5 + (45 – 43)*5/7 = 61,92 ≈ **Q3** = 62 Años.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Orden o de Posición. (Continuación)

d) **K * N / 10** = 1*60/10 = 6;

Sustituyendo valores en la formula se obtiene:

D1 = 35,5 + (6 – 3)*5/3 = 40,5 ≈ **D1** = 41 Años.

30 – 35	3	3
36 – 40	**3**	**6**

e) **K * N / 10** = 5*60/10 = 30; Como se puede observar en la tabla anterior coincide el Decil 5to con el 2do cuartil, por lo que el **D5** = **Q2** = 53 Años.

f) **K * N / 100** = 70*60/100 = 42

Calculando **P70** = 55,5 + (42 – 35)*5/8 = 59,875 ≈ **P70** = 60 Años

51 – 55	9	35
56 – 60	**8**	**43**

g) **K * N / 100** = 90*60/100 = 54

Calculando **P90** = 65,5 + (54 – 50)*5/6 = 68,83 ≈ **P90** = 69 Años.

61 – 65	9	35
66 – 70	**8**	**43**

Rango Percentil R(x)

Nos permite calcular un determinado porcentaje, por debajo del cual se encuentra un determinado valor. Su fórmula es la siguiente:

$$R(x) = \left[(P(x) - Li) * fi / A + Fa \right] 100 / N$$

Ejemplo: ¿En la tabla N° 7, que edades se encuentran por debajo de la edad de 60 años?

$$R(60) = \left[(60 - 55{,}5) * 8 / 5 + 35 \right] 100 / 60$$

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Rango Percentil R(x) (Continuación)

R (60) = $\left[\ 4{,}5 \ * 8 / 5 + 35\ \right]$ 100 / 60 = $\left[\ 7{,}2 + 35\ \right]$ 1,66 **=** 42,2 * 1,66 =

R (60) = 70,33%

Interpretación

70,33% de las edades se encuentran por debajo de 60 años.

Ejercicios:

1. Las calificaciones finales obtenidas por 30 estudiantes del electivo de probabilidades son las siguientes:

a) Identifica los cuartiles de la distribución.

b) Si el 25% de las mejores notas recibirán una bonificación especial, ¿cuántos estudiantes reciben esta bonificación?

c) ¿Qué porcentaje de estudiantes se quedan sin bonificación?

d) Si la calificación es inferior al segundo cuartil, el estudiante deberá rendir una prueba recuperativa. ¿Cuántos estudiantes deben rendir dicha prueba?

Datos de Las Clasificaciones de 30 Estudiantes					
4,2	3,5	4,1	5,0	6,0	4,6
2,8	5,5	7,0	3,8	5,4	3,3
6,3	4,7	5,1	5,2	6,6	5,9
5,5	4,3	3,5	6,4	3,9	4,1
5,9	5,7	6,7	4,3	4,8	3,6

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Ejercicios:

2. Con el objetivo de ganar una beca de subvención escolar, un grupo de estudiantes debe rendir una prueba. Sus puntajes se reflejan en la siguiente tabla:

a) Identifica los quintiles de la distribución.

b) Solo el 20% de mayor rendimiento obtendrán el beneficio, ¿cuántos estudiantes ganaron la beca?

c) Si se realiza un segundo llamado para los que no obtuvieron la beca pero estaban sobre el 60% de los mejores puntajes, ¿cuántos estudiantes participarán del segundo llamado?

Datos de Estudiantes a Ganar Beca			
100	125	143	89
56	61	145	150
99	74	67	112
59	93	85	81
117	125	99	100
144	134	146	99

3. La siguiente tabla muestra el consumo de comida chatarra por un grupo de estudiantes.

a) ¿Cuántos estudiantes consumen 4 veces comida chatarra o menos?, ¿a qué cuartil pertenecen?

b) ¿Cuántos estudiantes consumen como mínimo 3 veces comida chatarra?, ¿a qué cuartil pertenecen?

c) ¿Cuánta comida chatarra consume el 75% más bajo de la distribución?

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Ejercicios:

Tabla de Datos: Consumo de Comida Chatarra en Grupo de Estudiantes						
1	3	1	4	3	1	3
2	4	3	5	1	2	1
1	3	4	1	2	3	1
4	4	3	5	1	4	3
3	5	2	4	1	3	5

MEDIDAS DE DISPERSIÓN O VARIABILIDAD

En las secciones anteriores (ordenamiento, agrupación de datos y medidas de tendencia central) se ha visto que es de utilidad ubicar el centro del conjunto de datos. Pero identificar una de las medidas de tendencia central rara vez es suficiente para describir de manera más completa los datos.

Una descripción más completa del conjunto de datos, puede obtenerse si se mide qué tan dispersos están los datos alrededor de ese punto central, en otras palabras, que tan cerca o que tan lejos pueden estar los datos con relación al punto central. Y eso es lo que hacen las medidas de dispersión, que indican cuanto se desvían las observaciones alrededor de ese punto central.

La dispersión se relaciona con la concentración (mayor o menor) de los datos en torno al valor central, generalmente la media.

Las medidas de dispersión muestran la variabilidad de una distribución, indicándolo por medio de un número, si las diferentes puntuaciones de una variable están muy alejadas de la media. Cuanto mayor sea ese valor, mayor será la variabilidad, cuanto menor sea, más homogénea será la media. Así se sabe si todos los casos son parecidos o varían mucho entre ellos.

Rango Campo de Variación

Es la distancia escalar entre la mayor y menor puntuación.

$$\boxed{R = X_{max} - X_{min}}$$

Ejemplo:

Dada las siguientes distribuciones de calificaciones del 1 al 10:

Determinar el rango de cada una de ellas?

a) 1, 3, 3, 3, 5; **R = 5 – 1= 4**

b) 3, 4, 4, 5, 7 **R = 7 – 3 = 4**

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Rango Intercuartil

Es una medida de variabilidad. Se define como la diferencia entre el tercer cuartil y el primer cuartil. R_Q = **Q3 – Q1**

Ejemplo:

Con los datos obtenidos dela tabla **N° 7** de la página 38, los siguientes valores:

Q1 = 47 años

Q3 = 62 años

R_Q = 62 – 47 = 15 años.

Desviación media para datos sin agrupar:

La desviación media es la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones respecto a la media. La desviación media se representa por **Dm**, como se señala a continuación.

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} X - \bar{X} / N}{}$$

Desviación media para datos agrupados: si los datos vienen agrupados en una tabla de frecuencias, la expresión de la desviación media es:

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} [X_m - \bar{X}] *fi/N}{}$$

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Dispersión o variabilidad (Continuación)

Ejercicio: Determine la desviación media para la siguiente distribución.

Tabla N°8. Distribución de frecuencias para los pesos de 50 trabajadores.

Intervalos de clase (kg)	f_i	F_a	X_m	$X_m.f_i$	$\lvert X_m - \overline{X} \rvert$	$[\, X_m - \overline{X}\,] * fi$
53 – 57	2	2	55	110	15	30
58 – 62	7	9	60	420	10	70
63 – 67	10	19	65	650	5	50
68 – 72	12	31	70	840	0	0
73 – 77	9	40	75	675	5	45
78 – 82	6	46	80	480	10	60
83 – 87	4	50	85	340	15	60
Total	**50**			**3515**		**315**

Fuente: García, D. (2019)

Calculando la media:

$$\boxed{\overline{X} = \frac{\overline{X} = \sum Xm * fi}{n}}$$

X̅ = 3515 / 50 = 70; Xm – X̅ 55 – 70 = -15; Xm – X̅ * fi = 15*2 = 30,

Igual procedimiento para los demás intervalos.

Dm = 315 / 50; **Dm** = **6,3**

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

La Varianza.

La varianza es la media aritmética del cuadrado de las desviaciones respecto a la media de una distribución estadística. La varianza se representa por $\mathbf{S^2}$

Para datos directos:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X - \bar{X})^2}{N-1} \quad \text{Si } N < 30 \qquad S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X - \bar{X})^2}{N} \quad \text{Si } N \geq 30$$

Para datos agrupados:

$$S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{Fi * (X - \bar{X})^2}{N-1} \quad \text{Si } N < 30 \qquad S^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{fi * (X - \bar{X})^2}{N} \quad \text{Si } N \geq 30$$

Ejercicio: calcular la **varianza** de la distribución de la tabla anterior, donde la media es de 70 Kg.

Tabla N°9. Distribución de frecuencias para los pesos de 50 trabajadores

Intervalos de clase (kg)	fi	Xm	$(X - \bar{X})^2$	$fi * (Xm - \bar{X})^2$
53 – 57	2	55	225	450
58 – 62	7	60	100	700
63 – 67	10	65	25	250
68 – 72	12	70	0	0
73 – 77	9	75	25	225
78 – 82	6	80	100	600
83 – 87	4	85	225	900
Total	**50**			**3125**

Fuente: García, D. (2019)

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Dispersión o variabilidad (Continuación)

La Varianza.

Para el intervalo 53 – 57

$fi * (X_m - \bar{X})^2 = 2 * (55 - 70)^2$ = 2 * 225 = **450**; Repetimos el mismo cálculo para el resto de las columnas.

Obteniendo la varianza: $\mathbf{S^2}$ = **3125 / 50** = **62,5** Kg.

Propiedades de la Varianza:

1. La varianza será siempre un valor positivo o cero, en el caso de que las puntuaciones sean iguales.

2. Si a todos los valores de la variable se les suma un número la varianza no varía.

3. Si todos los valores de la variable se multiplican por un número la varianza queda multiplicada por el cuadrado de dicho número.

4. Si tenemos varias distribuciones con la misma media y conocemos sus respectivas varianzas se puede calcular la varianza total.

Desviación típica o Desviación Estándar

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza, es decir, la raíz cuadrada de la media de los cuadrados de las puntuaciones de desviación.

La desviación típica o Estándar se representa por **S**.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{N}}$$

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Medidas de Dispersión o variabilidad (Continuación)
Desviación típica o Desviación Estándar

S se determina calculando la raíz cuadrada al resultado de la varianza.
S = √ 62,5 = **7,91** kg. Para el ejemplo de la tabla anterior **N° 9.**

Propiedades de la desviación típica:
1. La desviación típica será siempre un valor positivo o cero, en el caso de que los valores sean iguales.
2. Si a todos los valores de la variable se les suma un número la desviación típica no varía.
3. Si todos los valores de la variable se multiplican por un número la desviación típica queda multiplicada por dicho número.
4. Si tenemos varias distribuciones con la misma media y conocemos sus respectivas desviaciones típicas se puede calcular la desviación típica total.

EJERCICIO PROPUESTO:
Un sistema de radar de la policía vigila los automóviles en una carretera que permite una velocidad máxima de 55 millas por hora. La siguiente es una distribución de frecuencias de las velocidades.

Tabla N°10. Distribución de frecuencias de las velocidades de los automóviles.

Velocidad (millas por hora)	Frecuencia
45 – 49	10
50 – 54	40
55 – 59	150
60 – 64	175
65 – 69	75
70 – 74	15
75 – 79	10
Total	**475**

Fuente: García, D. (2019)

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Desviación típica o Desviación Estándar

Ejercicio Propuesto (continuación)

a) ¿Cuál es la velocidad media de los automóviles en esta carrera?

b) Calcule la varianza y la desviación estándar.

Coeficiente de Variación

La medida que indica variación respecto a la magnitud, es la variación relativa. La medida de variación más comúnmente usada, es el coeficiente de variación y se define, dividiendo la desviación estándar por la media.

$$CV = S / \bar{X} * 100$$

Simetría

Se da cuando una distribución se distribuye aproximadamente la misma cantidad de los datos a ambos lados de la media aritmética. No tiene alargamiento o sesgo, se representa por una curva normal en forma de campana llamada campana de Gauss o también conocida como de Laplace, también se dice que una distribución es simétrica cuando su media aritmética, su mediana y su moda son iguales.

La simetría de una distribución de frecuencias hace referencia al grado en que los valores de la variable, equidistantes a un valor que se considere centro de distribución, posee frecuencias similares, es un concepto más intuitivo a nivel visual, especialmente, si se observa una representación gráfica (diagrama de barras, histograma, etc.,) de la distribución de frecuencias. Ésta será simétrica si la mitad izquierda de la distribución es la imagen especular de la mitad derecha.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Asimetría

Esta medida nos permite identificar si los datos se distribuyen de forma uniforme alrededor del punto central (media aritmética). La asimetría presenta tres estados diferentes (ver figura #1), cada uno de los cuales define de forma concisa como están distribuidos los datos respecto al eje de asimetría.

Se dice que la asimetría es positiva cuando la mayoría de los datos se encuentran por encima del valor de la media aritmética, y la asimetría negativa cuando la mayor cantidad de datos se aglomeran en los valores menores que la media. La curva es simétrica como se explicó en el párrafo anterior.

Para datos agrupados

$$As = \sum_{i=1}^{n} \frac{fi * (X_m - \bar{X})^3}{N * S^3}$$

Para datos directos

$$As = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_m - \bar{X})^3}{N * S^3}$$

Ejercicio: calcular la **Asimetría** de la distribución de la tabla anterior, donde la media es de 70 Kg.

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Asimetría

Tabla N°11. Distribución de frecuencias para los pesos de 50 trabajadores

Intervalos de clase (kg)	fi	$X_m - \bar{X}$	$(X_m - \bar{X})^3$	fi * $(X_m - \bar{X})^3$
53 – 57	2	-15,3	-3.581,58	-7.163,15
58 – 62	7	-10,3	-1.092,73	-7.649,09
63 – 67	10	-5,3	-148,88	-1.488,77
68 – 72	12	-0,3	-0,03	-0,32
73 – 77	9	4,7	103,82	934,41
78 – 82	6	9,7	912,67	5.476,04
83 – 87	4	14,7	3.176,52	12.706,09
Total	50			2.815,20
			As =	0,11

Para el intervalo 53 – 57

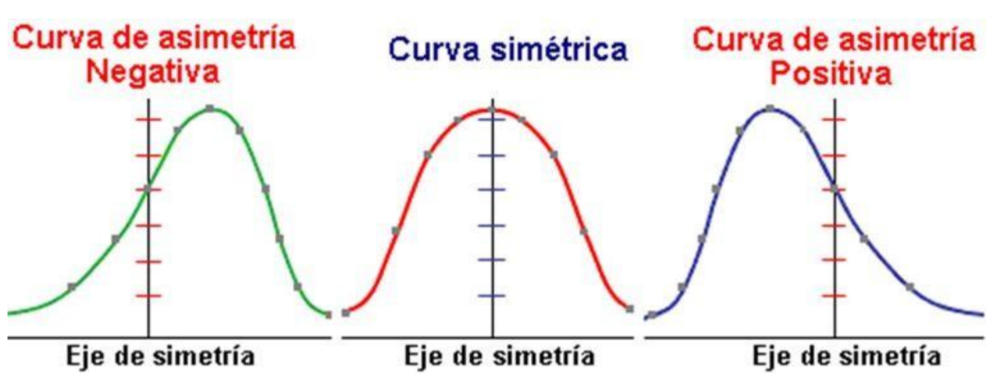
$$fi * (X_m - \bar{X})^3 = 2 * (55 - 70)^3 = 2 * -3.581,58 = \mathbf{-7.163,15}$$

Repetimos el mismo cálculo para el resto de las columnas.

Conociendo que **Desviación Estándar** = **7,90** kg

Obteniendo la **Asimetría**: ***As*** = **2.815,20 / (50 * 7,90^3)** = **0,11**

Fig. # 1. Ejemplo de Asimetría y Simetría



UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Curtosis

También conocida como medida de apuntamiento, es una medida estadística, que determina el grado de concentración que presentan los valores de una variable alrededor de la zona central de la distribución de frecuencias.

Cuando medimos una variable aleatoria, por lo general, los resultados que tienen una mayor frecuencia son los que se sitúan en torno a la media de la distribución.

Para datos agrupados:

$$Cu = \sum_{i=1}^{n} \frac{fi * (X - \bar{X})^4}{N - S^4}$$

Para datos directos:

$$Cu = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X - \bar{X})^4}{N - S^4}$$

Ejercicio: calcular la Curtosis de la distribución de la tabla anterior, donde la media es de 70 Kg.

Tabla N°12. Distribución de frecuencias para los pesos de 50 trabajadores

Intervalos de clase (kg)	fi	Xm - $\bar{X}$	(Xm - $\bar{X}$)^4	fi * (Xm - $\bar{X}$)^4
53 – 57	2	-15,3	54.798,13	109.596,26
58 – 62	7	-10,3	11.255,09	78.785,62
63 – 67	10	-5,3	789,05	7.890,48
68 – 72	12	-0,3	0,01	0,10
73 – 77	9	4,7	487,97	4.391,71
78 – 82	6	9,7	8.852,93	53.117,57
83 – 87	4	14,7	46.694,89	186.779,55
Total	50			440.561,29
			Cu =	-0,74

UNIDAD IV

MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Curtosis

Para el intervalo 53 – 57

$fi * (Xm - \overline{X})^4 = 2 * (55 - 70)4 = 2 * 54.798,13 =$ **109.596,26**

Repetimos el mismo cálculo para el resto de las columnas.

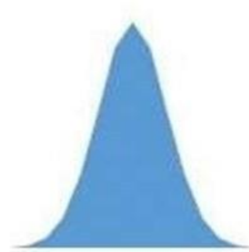
Conociendo que **Desviación Estándar** = **7,90** kg

Obteniendo la **Curtosis**: ***Cu*** = **440.561,29 / (50 * 7,90^4)** – **3** = **-0,74**

Imaginemos la altura de los alumnos de una clase. Si la altura media de la clase es 1,72 lo más normal es que las alturas del resto de los alumnos estén en torno a este valor, se considera que la distribución de la variable aleatoria se distribuye con normalidad. Pero dada la infinidad de variables que se pueden medir, esto no siempre sucede así.

Existen algunas variables que presentan un mayor grado de concentración (menor dispersión) de los valores en torno a su media y otras, por el contrario, presentan un menor grado de concentración (mayor dispersión) de sus valores en torno a su valor central. Por tanto, la curtosis nos informa de lo apuntada (mayor concentración) o lo achatada (menor concentración) que es una distribución.

1. **Leptocúrtica**: Existe una gran concentración de los valores en torno a su media

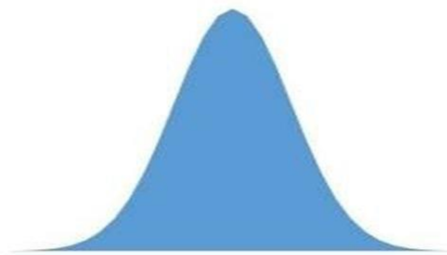


UNIDAD IV

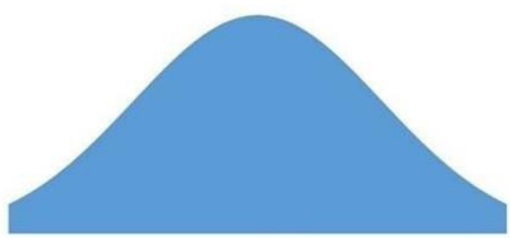
MEDIDAS DE POSICIÓN, DISPERSIÓN Y DE FORMA

Curtosis

2. **Mesocúrtica**: Existe una concentración normal de los valores en torno a su media.



3. **Platicúrtica**: Existe una baja concentración de los valores en torno a su media.



En el siguiente enlace puede visualizar un ejemplo de curtosis: https://www.youtube.com/watch?v=9-nRaVKs5No

Recursos Interactivos

TEMA N° 01: DEFINICIONES BÁSICAS DE ESTADÍSTICA.

VÍDEO N° 01: Tablas de Frecuencias.

https://www.youtube.com/watch?v=a4cI02iW_zQ&list=PLeySRPnY35dFcEmQDGrPxwJVXiIeu_9cl

VÍDEO N° 02: Gráficos Estadísticos.

https://www.youtube.com/watch?v=9G4HPNVA5w4&list=PLeySRPnY35dHPj-BOGu_fPKa30L61ITHF

TEMA N° 02: MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL.

VÍDEO N° 01: Medidas de tendencia Central (Datos sin Agrupar).

https://www.youtube.com/watch?v=fOuRqk1nzgY&list=PLeySRPnY35dFF5D9g_zi07yPKGXui4GII&index=4

VÍDEO N° 02: Medidas de Tendencia Central (Datos Agrupados).

https://www.youtube.com/watch?v=5bZXpfxwHqk

TEMA N° 03: MEDIDAS DE ORDEN.

VÍDEO N° 01: Medidas de Orden para Datos sin Agrupar.

https://www.youtube.com/watch?v=sCeuhr0nF1w

VIDEO N° 02: Medidas de Orden para Datos sin Agrupar.

https://www.youtube.com/watch?v=suSz9RXFNTs

Recursos Interactivos

VÍDEO N° 03: Medidas de Orden para Datos Agrupados.

https://www.youtube.com/watch?v=Eju_9eM4PZg

TEMA N° 04: MEDIDAS DE DISPERSIÓN.

VÍDEO NO. 01: Medidas de Dispersión para Datos no Agrupados.

https://www.youtube.com/watch?v=fzPBAp14R98&list=PLeySRPnY35dE25b7mIEUls
MCQqlhJFhyG&index=3

VÍDEO N° 02: Medidas de Dispersión para Datos Directos.

https://www.youtube.com/watch?v=KsVQygSlf4k

VÍDEO N° 03: Medidas de Dispersión para Datos Agrupados.

https://www.youtube.com/watch?v=1myBo87lYyU

TEMA N° 05: MEDIDAS DE FORMA.

VÍDEO N° 01: Asimetría. https://www.youtube.com/watch?v=WfhyfPkB3EA&t=43s

VÍDEO N° 02: Asimetría y Curtosis para Datos Directos.

https://www.youtube.com/watch?v=CtmvV0rmRxM

VÍDEO N° 03: Asimetría y Curtosis Datos Agrupados.

https://www.youtube.com/watch?v=XNivWm5egBA&t=93s

Referencias Consultadas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

1. Aguilar, M. Introducción a la Inferencia Estadística. Editorial Pearson
2. Murray, S. Estadística. Editorial Mcgraw hill
3. Negrín, A. Fundamentos de Estadística. Caracas. Editorial Panapo.
4. Neter, J. Fundamentos de Estadística. México. Editorial Continental.
5. Anderson D.; Sweeney D. and William T. 2005. Estadística para administración y economía. Editorial THOMSON 884pp.
6. Berrenson, M.; Levine D. and Krehbiel, T. 2001. Estadística para administración. Segunda edición. Editorial PEARSON Prentice Hall. 734pp.
7. Giulodori, Roberto. 1996. Estadística: Descriptiva y probabilidad. Ediciones. EUDECOr.200pp.
8. Levin, Rubin, Balderas, Del Valle, Gomez. 2004. Estadística para administración y Economía. Séptima edición. Editorial PEARSON Prentice Hall. 826pp.
9. Saino, Martín.2005. Estadística Descriptiva. Editorial: Asociación Cooperadora de la Facultad de Ciencias económicas de la Universidad Nacional de Córdoba.195 pp.