

EJERCICIOS RESUELTOS

INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Docente: Juan Carlos Vergara Schmalbach

Resolver el siguiente problema mediante el método gráfico y el método simplex primal.

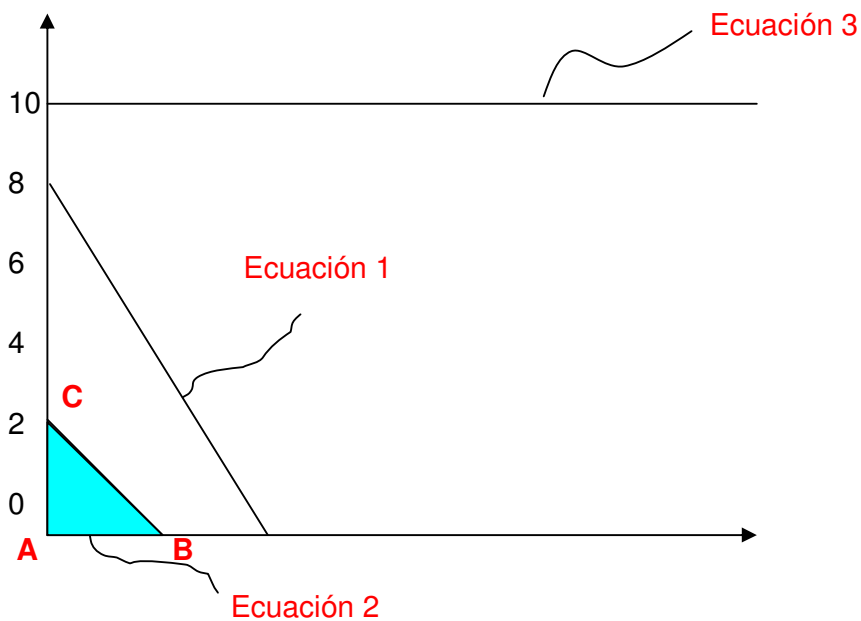
F.O.: $\text{Max } Z = 100X_1 + 200X_2$
 S.A.: $4X_1 + 2X_2 \leq 16$ (Ecuación 1)
 $8X_1 + 8X_2 \leq 16$ (Ecuación 2)
 $2X_2 \leq 10$ (Ecuación 3)
 $X_1, X_2 \geq 0$

SOLUCIÓN POR EL MÉTODO GRÁFICO

Primer paso: Convertir las inecuaciones en ecuaciones.

S.A.: $4X_1 + 2X_2 = 16$ (Ecuación 1)
 $8X_1 + 8X_2 = 16$ (Ecuación 2)
 $2X_2 = 10$ (Ecuación 3)

Segundo paso: Graficar ecuaciones e identificar área de factibilidad.



Gráfica 1. Solución por el método gráfico

IDENTIFICACIÓN DE PUNTOS

ECUACIÓN 1	
$X_1 = 0$	$X_2 = 8$
$X_2 = 0$	$X_1 = 4$

ECUACIÓN 2	
$X_1 = 0$	$X_2 = 2$
$X_2 = 0$	$X_1 = 2$

ECUACIÓN 3	
$X_1 = 0$	$X_2 = 10$

Tercer paso: Identificar los vértices del área de factibilidad.

Los puntos son: A (0,0), B (2,0) y C(0,2)

Cuarto paso: Determinar el valor máximo.

R/ El valor máximo se alcanza para el punto C ($X_2 = 2$), $Z = 400$

SOLUCIÓN POR EL MÉTODO SIMPLEX

Primer paso: Convertir las inecuaciones en ecuaciones (agregar las variables de holgura necesarias)

$$\begin{aligned} \text{F.O.:} \quad & \text{Max } Z = 100X_1 + 200X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0 \\ \text{S.A.:} \quad & 4X_1 + 2X_2 + S_1 = 16 \text{ (Ecuación 1)} \\ & 8X_1 + 8X_2 + S_2 = 16 \text{ (Ecuación 2)} \\ & 2X_2 + S_3 = 10 \text{ (Ecuación 3)} \\ & X_1, X_2, 0S_1, 0S_2, 0S_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Segundo paso: Determinar las variables básicas y las no básicas.

BASICAS	NO BÁSICAS
S ₁	X ₁
S ₂	X ₂
S ₃	

Tercer paso: Elaborar la tabla inicial del Simplex.

Variable Básica	Variables					Solución
	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	
S ₁	8	8	1	0	0	16
S ₂	4	2	0	1	0	16
S ₃	0	1	0	0	1	10
Z	-100	-200	0	0	0	0

Cuarto paso: Elección de la columna pivote (variable que entra).

El coeficiente de Z más negativo = Columna X₂

Quinto paso: Elección de la fila pivote (variable que sale).

Razón = Solución / Coeficiente columna pivote

Razón Menor = Fila perteneciente a S₁

Variable Básica	Variables					Solución	Razón
	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃		
S ₁	8	8	1	0	0	16	2
S ₂	4	2	0	1	0	16	8
S ₃	0	1	0	0	1	10	10
Z	-100	-200	0	0	0	0	

Sexto paso: Elaborar la nueva tabla del simplex.

a. Nueva fila pivote = Fila Pivote / Elemento Pivote

8	8	1	0	0	16
8	8	8	8	8	8
1	1	1/8	0	0	2

b. Nueva filas = Fila Anterior – Coeficiente de la Columna Pivote x Fila Pivote

Fila de S₂

4	2	0	1	0	16
2	2	2	2	2	2
1	1	1/8	0	0	2
2	0	-1/4	1	0	12

Fila de S₃

0	1	0	0	1	10
1	1	1	1	1	1
1	1	1/8	0	0	2
-1	0	-1/8	0	1	8

Fila de Z

-100	-200	0	0	0	0
-20	-200	-200	-200	-200	-200
1	1	1/8	0	0	2
100	0	25	0	200	400

Nueva tabla del simplex:

Variable Básica	Variables					Solución	Razón
	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃		
X ₂	1	1	1/8	0	0	2	
S ₂	2	0	-1/4	1	0	12	
S ₃	-1	0	-1/8	0	1	8	
Z	100	0	25	0	200	400	

NOTA: No hay más iteraciones debido a que no existen coeficientes de Z negativos en la nueva tabla.

R/ El valor máximo se alcanza para un X₂ = 2, con un Z = 400.