TEMA 3 - POTENCIACION Y RADICACION

La potenciación es una operación matemática que multiplica un número, llamado base, por sí mismo la cantidad de veces que indica otro número, llamado exponente. Se expresa como a^n (base **(a)** elevada al exponente **(n),** representando una forma simplificada de escribir multiplicaciones de factores iguales.

Ejemplo, a.a.a.a.a……… a = a^n

a se multiplica n veces, **a** es la base y **n** es el exponente

Ejemplo; 2.2.2.2.2 = 2^5 = 32

PROPIEDADES DE LA POTENCIACION.

$1^n = 1$	$a^1 = a$	$a^0 = 1, (a \neq 0)$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$

1) $\boldsymbol{a^n . a^m = a^{n+m}}$

Ejemplo: $2^2 . 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$

2) $\boldsymbol{:\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$

Ejemplo, $\frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2 = 3 . 3 = 9$

3) $\boldsymbol{(a^n)^m = a^{n.m}}$

Ejemplo: $(4^2)^3 = 4^{2.3} = 4^6 = 4 . 4 . 4 . 4 . 4 . 4 = 4096$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Ejemplo $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{2\,.2\,.2}{3\,.3\,.3} = \frac{8}{27}$

5) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad a \neq 0$

Ejemplo: $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5\,.5} = \frac{1}{25}$

6) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\frac{a^n}{b^n}} = \frac{b^n}{a^n}$

Ejemplo: $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{5}\right)^3} = \frac{1}{\frac{2^3}{5^3}} = \frac{5^3}{2^3} = \frac{5\,.5\,.5}{2\,.2\,.2} = \frac{125}{8}$

RADICACION Y SUS PROPIEDADES.

La radicación es una operación matemática que podemos catalogar como la opuesta a la potenciación. Es decir, radicar **es lo contrario a elevar a un número entero**.

Identificamos la radicación en tanto que se escribe de una manera característica: encontramos el **índice, el radicando y la raíz.**

De este modo, si tenemos **√25 = 5,** el radicando es 25 y la raíz 5, pero el índice es 2.

¿Cómo identificamos el índice?

Pues es muy sencillo, si no tenemos ningún número, el índice será 2. Si no es 2, tendremos escrito un pequeño número encima del símbolo de radicación, como, por ejemplo: **∛8 = 2**, en la que el **índice es 3.**

$$\sqrt[n]{a} = b\ ;\ b^n = a$$

Ejemplo: $\sqrt{64} = 8$;

$$8^2 = 8\,.\,8 = 64$$

1) **Propiedad de la raíz de un producto:**

$\sqrt[n]{a\,.\,b} = \sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b}$

Ejemplo: $\sqrt{(4\,.\,9)} = \sqrt{4}\,.\sqrt{9} = 2\,.\,3 = 6$

1) **Propiedad de la raíz de un cociente:**

Esta propiedad te permite dividir la raíz de un cociente en dos raíces separadas. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ Ejemplo: $\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}$

2) **Propiedad de la raíz de una potencia:**

Esta propiedad te permite encontrar la raíz de una potencia.

$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ Ejemplo: $\sqrt[3]{4^2} = 4^{\frac{2}{3}}$

3) **Propiedad de la raíz de una raíz:**

Esta propiedad te permite combinar raíces.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[m\,.\,n]{a}$$

Ejemplo: $\sqrt[2]{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[2\,.\,3]{64} = \sqrt[6]{64} = 2$

El procedimiento para sacar factores de un radical es el siguiente.

a) Descomponer en factores primos el radicando.

b) Conseguir que algún exponente sea múltiplo del índice. Luego simplificar.

c) Todos los exponentes del interior del radicando han de ser menores que el índice.

Ejemplo:

$\sqrt[3]{250\,a^5b^7} = \sqrt[3]{2.\ 5^3.a^2.a^3.b^3.b^3.b} = 5\,.a.b.b\,\sqrt[3]{2.a^2.b} = 5ab^2\sqrt[3]{2a^2b}$

Realiza el siguiente ejercicio: $\sqrt{24a^3b^5}$ = ?

4) **Introducción de factores en el radicando**

Para introducir un factor en un radicando, lo elevamos al número que indique el índice y lo multiplicamos por el radicando.

Ejemplo: $4\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3.4^3} = \sqrt[3]{3.4\,.4.4} = \sqrt[3]{192}$

5) **Reducción de radicales a índice común**

Reducir a índice común unos radicales es convertirlos en otros radicales equivalentes que tengan el mismo índice.

El índice común es el mcm de los índices y el radicando se eleva al resultado de dividir el índice común entre el índice respectivo.

Ejemplo: Reducir a índice común: $\sqrt{4^5}$, $\sqrt[3]{2^4}$

$\sqrt{4^5}$ = $\sqrt[2.3]{(4^5)^3} = \sqrt[6]{4^{15}}$

$\sqrt[3]{2^4} = \sqrt[3.2]{(2^4)^2} = \sqrt[6]{2^8}$

6) **Multiplicación y división de radicales**

Para multiplicar o dividir radicales, se reducen los radicales a índice común y después se aplica la propiedad

Ejemplo: Multiplicar:

$\sqrt{6} \,.\, \sqrt[3]{5} = \sqrt[2.3]{6^3} \,.\, \sqrt[3.2]{5^2} = \sqrt[6]{6^3} \,.\, \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{6^3 . 5^2} = \sqrt[6]{216 \,.25} = \sqrt[6]{5400}$

Ejemplo: Dividir.

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[6]{3}} = \frac{\sqrt[3,4]{5^3}}{\sqrt[2.6]{3^2}} = \frac{\sqrt[12]{5^3}}{\sqrt[12]{3^2}} = \sqrt[12]{\frac{5^3}{3^2}} = \sqrt[12]{\frac{125}{9}}$$

7) **Radicales semejantes**

Radicales semejantes son aquellos que después de simplificarlos tienen el mismo índice y el mismo radicando.

Ejemplo: $\sqrt{27}$, $\sqrt{75}$

Descomponemos en factores primo: 27 = $3^2 . 3$ y 75 = $5^2 . 3$

$\sqrt{27} = \sqrt{3^2 . 3} = 3\sqrt{3}$ y $\sqrt{75} = \sqrt{5^2 \,.3} = 5\sqrt{3}$ se verifica que son semejantes porque tienen el mismo índice (2) y los radicando son iguales $\sqrt{3}$.

8) **Racionalización de fracciones**

Dada una fracción racionalizarla es encontrar una fracción equivalente tal que el denominador sea un número natural.

1.- Cuando el denominador es de la forma $\sqrt[n]{a^m}$, donde m<n.

Para racionalizar la fracción, multiplicaremos numerador y denominador por $\sqrt[n]{a^{n-m}}$

Ejemplo: $\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4 \,.\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{4.\sqrt{3}}{3}$

Racionaliza la siguiente expresión: $\frac{2}{\sqrt[5]{3^2}} =$

2.- El denominador es suma o diferencia de dos radicales cuadráticos

Para racionalizar la fracción, multiplicaremos numerador y denominador por la expresión conjugada del denominador (es decir, el denominador cambiando suma por diferencia o viceversa).

Ejemplo: $\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$

$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{2.\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^{2}-\left(\sqrt{3}\right)^{2}} = \frac{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{5-3} = \frac{2\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)}{2}$$

Ejercicios:

1) $\frac{1}{2-\sqrt{3}} =$

2) $\frac{2}{\sqrt{3+} + \sqrt{2}} =$

3) $\frac{\sqrt{2}}{4+2\sqrt{5}} =$

4) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$

https://www.youtube.com/watch?v=tA94S33kxm8

https://www.youtube.com/watch?v=J38jAF6zuwA

https://www.youtube.com/watch?v=j00Por1Ct6c