Indeterminación infinito sobre infinito

Se dividen todos los sumandos por la potencia de mayor exponente.

$$\lim \frac{2n^5 - 3n^2}{n^4 - n^3} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim \frac{\frac{2n^5}{n^5} - \frac{3n^2}{n^5}}{\frac{n^4}{n^5} - \frac{n^3}{n^5}} = \frac{2 - \frac{3}{n^3}}{\frac{1}{n} - \frac{1}{n^2}} = \frac{2-0}{0-0} = \infty$$

Regla práctica

1. Si el numerador y denominador tienen el mismo grado el límite es el cociente entre los coeficientes de las potencias de mayor grado.

$$\lim \frac{an^k + \ldots}{bn^k + \ldots} = \frac{a}{b}$$

$$\lim \frac{-2n^4 - 3n + 2}{4n^4 - 5} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

2. Si el numerador tiene mayor grado que el denominador el limite es ± ∞, dependiendo del signo del coeficiente de mayor grado.

$$\lim \frac{\pm an^{k+r} + \ldots}{bn^k + \ldots} = \pm\infty \qquad r \in \mathbb{R}^+$$

$$\lim \frac{-2n^4 - 3n + 2}{4n^3 - 5} = -\infty$$

3. Si el denominador tiene mayor grado el límite es 0.

$$\lim \frac{an^k + \dots}{bn^{k+r} + \dots} = 0 \qquad r \in \mathbb{R}^+$$

$$\lim \frac{2n^3 - 3n + 2}{4n^4 - 5} = 0$$

MAS INFORMACIÓN

Para resolver la indeterminación infinito partido infinito podemos utilizar uno de estos dos métodos:

1. Por comparación de infinitos

1. El numerador tiene mayor grado que el denominador.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^5 - 3x^2}{x^4 - x^3} = \infty$$

El límite es ∞

2.El denominador tiene mayor grado que el numerador.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^5 - 3x^2}{x^7 - x^3} = 0$$

El límite es **0**

3.Numerador y denominador tienen el mismo grado.

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^5 - 3x^2}{3x^5 - x^3} = \frac{2}{3}$$

Al tener el mismo grado el límite es el **cociente entre los coeficientes de mayor grado**.

Ejemplos

1. $\lim_{x \to \infty} \frac{3^x}{2^x} = \infty$

El numerador es un infinito de orden superior.

2. $\lim_{x \to \infty} \frac{2^x}{3^x} = 0$

El denominador es un infinito de orden superior.

3. $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^7 - 2}}{x^4 - 1} = 0$

Como $4 > \frac{7}{2}$ el denominador tiene mayor orden.

4. $\lim_{x \to \infty} \frac{\log(x^5 - 1)}{x^2 - 5} = 0$

El denominador tiene mayor orden.

5. $\lim_{x \to \infty} \frac{2^x}{x^{23}} = \infty$

El numerador tiene mayor orden.

2º Método

1. Si se trata de **funciones potenciales dividimos todos los sumandos por la x elevada al mayor exponente.**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^5-3x^2}{x^4-x^3}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{2x^5}{x^5}-\dfrac{3x^2}{x^5}}{\dfrac{x^4}{x^5}-\dfrac{x^3}{x^5}}=\frac{2-\dfrac{3}{x^3}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}=\frac{2-0}{0-0}=\infty$$

2. Si son **funciones exponenciales dividimos por la exponencial de mayor base.**

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3^{x+2}+2^x}{3^{x-2}}=\frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3^x\cdot 3^2+2^x}{3^x\cdot 3^{-2}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\dfrac{3^x\cdot 3^2}{3^x}+\dfrac{2^x}{3^x}}{\dfrac{3^x\cdot 3^{-2}}{3^x}}=\frac{9+0}{\dfrac{1}{9}}=81$$