Indeterminación ∞ - ∞

Esta indeterminación puede presentarse de varias formas. En principio, si se trata de una resta, es cuestión de comparar grados y ver cuál es mayor:

Ojo, debes tener en cuenta que cuando tomamos valores grandes, una exponencial siempre manda sobre una polinómica y una polinómica siempre manda sobre una logarítmica.

Los casos habituales en los que hay que hacer algo más son en los que aparece una resta de fracciones y ambas salen infinitos o cuando restamos una función con raíz cuadrada. En este enlace aparecen explicados estos casos.

Se suele presentar en tres situaciones:

- Cuando calculamos límites de dos fracciones algebraicas que están restándose (o sumándose). En este caso, hacemos la operación (suma o resta) de las fracciones algebraicas.

Hallar el límite de:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{x+3} - 2x =$$

Resolución

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{x+3} - 2x = (\infty - \infty) = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2 - 5x + 7 - 2x(x+3)}{x+3} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{-11x + 7}{x+3} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{-11x+7}{x}}{\frac{x+3}{x}} = \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{-11x}{x} + \frac{7}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{3}{x}} =$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{-11 + \frac{7}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{-11 + \frac{7}{\infty}}{1 + \frac{3}{\infty}} = \frac{-11+0}{1+0} = -11$$

- Cuando calculamos límites de la resta de dos expresiones con raíces. En este caso, multiplicamos y dividimos por el conjugado de la expresión con raíces.

Hallar el siguiente límite:

$$\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2 - 2x + 3} + x =$$

Resolución

$$\lim_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-2x+3}+x = \lim_{x\to\infty} \sqrt{x^2+2x+3}-x = (\infty-\infty) =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\sqrt{x^2+2x+3}-x\right)\left(\sqrt{x^2+2x+3}+x\right)}{\left(\sqrt{x^2+2x+3}+x\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+2x+3-x^2}{\left(\sqrt{x^2+2x+3}+x\right)} =$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{2x+3}{\left(\sqrt{x^2+2x+3}+x\right)} = \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x+3}{x}}{\left(\frac{\sqrt{x^2+2x+3}+x}{x}\right)} =$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x}{x}+\frac{3}{x}}{\left(\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{2x}{x^2}+\frac{3}{x^2}}+\frac{x}{x}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{2+\frac{3}{x}}{\left(\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}}+1\right)} = \frac{2+0}{\left(\sqrt{1+0+0}+1\right)} = \frac{2}{2} = 1$$

Hemos hecho el cambio de variable en el que cambiando la x por -x, podemos cambiar el -∞ por ∞, que seguramente mejora el razonamiento posterior.

Notar que hemos multiplicado y dividido por el conjugado.

- Cuando calculamos límites de la resta de dos infinitos y podemos utilizar la COMPARACION DE INFINITOS