

Tema 1

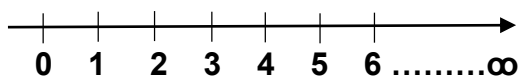
CONJUNTO DE NUMEROS NATURALES (N)

Y NUMEROS ENTEROS (Z)

Los números naturales (representados por la letra (N) son aquellos que usamos para contar elementos (0, 1, 2, 3, etc.). Se caracterizan por ser un conjunto infinito, ordenado y discreto, cuyas operaciones principales (suma y multiplicación) cumplen con **cinco propiedades fundamentales**

Representacion.

$$\{N\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\infty\}.$$



ADICION O SUMA DE NUMEROS NATURALES

La adición o suma es la operación matemática que consiste en reunir dos o más números naturales (llamados sumandos) en una sola cantidad final (llamada suma o total).

Propiedades:

- **Conmutativa:** El orden de los sumandos o factores no altera el resultado.

Suma: $(a + b = b + a)$

Ejemplo: $8 + 4 = 4 + 8 = 12$, $2x + 3x = 3x + 2x = 5x$

- **Asociativa:** La forma en que se agrupen los números para operar no afecta el resultado final.

Suma: $(a + (b + c) = (a + b) + c)$

Ejemplo: $(2 + (4 + 6)) = ((2 + 4) + 6) \rightarrow (2 + (10)) = ((6) + 6) \Rightarrow \mathbf{12 = 12}$

- **Elemento Neutro:** Existe un número natural que, al operarlo con otro, lo deja exactamente igual.

Para la suma es el (0): $(a + 0 = a)$, $34 + 0 = 34$, $245 + 0 = 245$

Partes de la adición

- **Sumandos:** Son los números que se suman.
- **Suma o total:** Es el resultado de la operación.
- **Símbolo:** Se denota con el signo cruz (+)

Ejemplo:

$$43 + 28 = 71$$

Donde 43 y 28 son los sumandos y 71 es la suma o total

Para resolver adiciones de varias cifras, se deben alinear los números de manera vertical haciendo coincidir sus valores posicionales (unidades con unidades, decenas con decenas, etc.) para luego sumar columna por columna, de derecha a izquierda

Ejemplo: $4312 + 45 + 234 + 7 =$

$$\begin{array}{r} 4312 \text{ (sumando)} \\ 234 \text{ (sumando)} \\ 45 \text{ (sumando)} \\ \underline{7 \text{ (sumando)}} \\ 4598 \text{ (suma)} \end{array}$$

Ejercicios: Ordene y sume

- a) $345 + 56 + 789 =$
- b) $2 + 123 + 5678 =$
- c) $412 + 68 + 7869 =$

Ejercicio.

La hermana de María se ha comprado un vestido por un valor de 2500 Bs. Al mismo tiempo, se ha comprado unos pantalones de 1300 Bs y, como tenía hambre, compro una arepa y un refresco 600Bs. Después de pagar aún le queda en el banco 1600Bs.

¿Cuánto dinero tenía la hermana de María antes de hacer las compras?

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES

La resta (o sustracción) de números naturales es la operación matemática que consiste en quitar una cantidad (el sustraendo) a otra mayor (el minuendo) para hallar la diferencia. El minuendo siempre debe ser mayor o igual que el sustraendo para que el resultado siga siendo un número natural.

Propiedades

A diferencia de la suma, la resta de números naturales tiene particularidades:

- **No es conmutativa:** El orden de los números sí altera el resultado. Por ejemplo: $(8 - 2)$ no es lo mismo que $(2 - 8)$.
- **No es asociativa:** El orden en el que agrupas las restas cambia el resultado final. $(10 - 4) - 2$ no es lo mismo que $(10 - (4 - 2))$

Elemento Neutro: Existe un número natural que, al operarlo con otro, lo deja exactamente igual.

Para la resta es el (0): $(a - 0 = a)$, $64 - 0 = 64$, $285 - 0 = 285$

Partes de la resta

La resta se representa con el signo (-) y sus elementos principales son:

- **Minuendo:** Es el número inicial, la cantidad a la que se le va a quitar.
- **Sustraendo:** Es la cantidad que se va a restar.
- **Diferencia (o Resta):** Es el resultado final de la operación

Ejemplo: $(465 - 242 = ?)$

$$\begin{array}{r} 465 \text{ Minuendo} \\ -242 \text{ Sustraendo} \\ \hline 223 \text{ Diferencia o resta} \end{array}$$

Ejercicios:

Busca el término desconocido e indica su nombre (minuyendo, sustraendo o resta) en las siguientes operaciones:

a) $245 - \underline{\hspace{2cm}} = 123$

b) $\underline{\hspace{2cm}} - 56 = 268$

c) $432 - 68 = \underline{\hspace{2cm}}$

Ejercicio.

Antonio le regaló a su primo José una Tablet que costó 13470 Bs y un teléfono que le costó 8660 Bs menos que la Tablet. Si tenía 25000 Bs para pagar, ¿cuánto dinero le ha sobrado?

MULTIPLICACION DE NUMEROS NATURALES

La multiplicación de números naturales es una operación matemática que consiste en sumar un número (el multiplicando) tantas veces como lo indique otro número (el multiplicador). Los números que se multiplican se llaman **factores** y el resultado final se denomina **producto**.

Ejemplo:

$$4+4+4+4+4+4 = 6 \times 4 = 24$$

En la operación ($6 \times 4 = 24$):

- **(6):** Multiplicando (o factor).
- **(4):** Multiplicador (o factor).
- **(24):** Producto.

Propiedades de la multiplicación

Las reglas que siempre se cumplen al operar números naturales son:

- **Conmutativa:** El orden de los factores no altera el producto.
Ejemplo: $(a \times b = b \times a)$ o $(5 \times 2 = 2 \times 5)$.
- **Asociativa:** La forma de agrupar los factores no cambia el resultado final.
Ejemplo: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.
- **Elemento Neutro:** Todo número multiplicado por (1) da como resultado el mismo número.
Ejemplo: $(a \times 1 = a)$ o $(8 \times 1 = 8)$.
- **Elemento Cero:** Todo número multiplicado por (0) da como resultado (0).
Ejemplo: $(a \times 0 = 0)$ o $(15 \times 0 = 0)$.
- **Distributiva:** Multiplicar un número por una suma es igual a sumar los productos de ese número por cada sumando.
Ejemplo: $(a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c))$, $(4 \times (3 + 2)) = 4 \times 3 + 4 \times 2 = 12 + 8 = 20$

DIVISION DE NUMEROS NATURALES

La división de números naturales es la operación inversa a la multiplicación. Consiste en repartir una cantidad total (el *dividendo*) en partes iguales (divisor), de modo que cada parte corresponde al *cociente*.

Partes de la división

- **Dividendo (D):** La cantidad total que se desea repartir.
- **Divisor (d):** El número de partes iguales en las que se reparte.
- **Cociente (c):** El resultado de la división, es decir, la cantidad que le toca a cada parte.
- **Resto o Residuo (r):** La cantidad que sobra o no se puede repartir.

Tipos de división

- **Exacta:** Cuando el resto es igual a cero (0).
 - *Fórmula:* Dividendo = Divisor x Cociente
- **Inexacta (o entera):** Cuando el resto es mayor a cero (0).
 - *Fórmula:* Dividendo = Divisor x Cociente + Resto

Ejemplo: $242 / 2$. es exacta

$$\begin{array}{r} 242 \overline{) 2} \\ 04 \overline{) 121} \\ 02 \end{array}$$

- 0 $242 = 2 \times 121$ (Dividendo = Divisor x Cociente)

Ejemplo: $425 / 3$, es inexacta

$$\begin{array}{r} 425 \overline{) 3} \\ 12 \overline{) 141} \\ 05 \end{array}$$

- 2 $425 = (3 \times 141) + 2 = 423 + 2 = 425$ (Dividendo = Divisor x Cociente + Resto)

Propiedades fundamentales

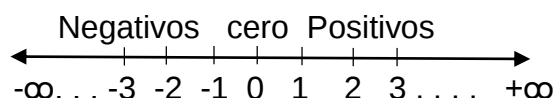
1. **No es conmutativa:** El orden de los números sí altera el resultado ($a \div b \neq b \div a$).
2. **No es una operación cerrada:** La división de dos números naturales no siempre da como resultado otro número natural (por ejemplo, $(3 \div 2) = 1,5$ da un número decimal).
3. **El divisor no puede ser cero:** No existe la división entre cero.

NUMEROS ENTEROS (Z)

El **conjunto de los números enteros** (denotado con la letra $\{Z\}$) es un sistema numérico que incluye a todos los números naturales, al número cero y a los opuestos de los números naturales (los números negativos).

$$Z = \{ -\infty \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots +\infty \}$$

Representación gráfica en la recta numérica.



Composición del conjunto de los Números enteros

Se divide en tres subconjuntos principales:

- 1) **Enteros positivos (Z⁺):** Son los números naturales mayores que cero.
Van desde el (1) hasta el infinito {1, 2, 3,∞}
- 2) **Enteros negativos (Z⁻):** Son los opuestos de los números naturales.
Van desde el (-1) hasta el infinito negativo {-∞, ..., -3, -2, -1}
- 3) **El cero (0):** Es un entero neutral, lo que significa que no es positivo ni negativo.

LEY DE LOS SIGNOS

La **ley de los signos** dicta cómo interactúan los signos positivos (+) y negativos (-) en las operaciones matemáticas. Su regla principal y más famosa se aplica en **multiplicaciones y divisiones**, donde los signos iguales dan positivo y los signos diferentes dan negativo:

- **Signos iguales:** $(+) \times (+) = (+)$ | $(-) \times (-) = (+)$
- **Signos diferentes:** $(+) \times (-) = (-)$ | $(-) \times (+) = (-)$

1. Multiplicación y División

La regla es exactamente la misma para ambas operaciones: primero se multiplican o dividen los números y luego se aplica la regla de los signos.

Ejemplos:

- $(4 \times 5 = 20)$ (Más por Más)
- $(-3 \times -6 = 18)$ (Menos por Menos)
- $(2 \times -8 = -16)$ (Más por Menos)
- $(-15 / 3 = -5)$ (Menos entre Más)
- $(-20 / -4 = 5)$ (Menos entre Menos)

2. Suma y Resta

En sumas y restas no se multiplican los signos. Aquí el comportamiento depende de si los números tienen el mismo signo o signos distintos

- **Signos iguales:** Se suman los números y se conserva el signo que tenían.
 - $(3 + 5 = 8)$ (Ambos positivos, el resultado es positivo)
 - $(-2 - 4 = -6)$ (Ambos negativos, el resultado es negativo)
- **Signos diferentes:** Se restan los valores absolutos (el menor del mayor) y el resultado se queda con el signo del número que sea mayor.
 - $(-5 + 8 = 3)$ (Se restan $(8 - 5 = 3)$, y como el (8) es mayor y positivo, el resultado es positivo)
 - $(9 - 14 = -5)$ (Se restan $(14 - 9 = 5)$, y como el (14) es mayor y negativo, el resultado es negativo)

3. Signos juntos en paréntesis

Cuando hay un signo fuera y otro dentro de un paréntesis, estos sí se multiplican antes de operar. Por ejemplo:

- $-(-5) = 5$ (Menos por menos da más)
- $+(+3) = 3$ (Más por más da más)
- $+(-4) = -4$ (Más por menos da menos)
- $- (+7) = -7$ (Menos por más da menos)

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Las propiedades de los números enteros afectan a sus operaciones, así que vamos a verlo desglosando por tipo de operación:

SUMA

La suma la podemos hacer con cualquier número, ya sea positivo o negativo. Veamos los posibles casos:

- Suma de dos números positivos: haremos una suma con ambos números y el resultado será siempre positivo. **Por ejemplo:** $(+3) + (+6) = +9$.
- Suma de dos negativos: haremos una suma con ambos números y el resultado será siempre negativo. **Por ejemplo:** $(-5) + (-2) = -7$.
- Suma de un número negativo y uno positivo: haremos una resta entre el mayor y el menor y dejaremos el signo del que sea más grande, o sea, del primero. **Por ejemplo:** $(-9) + (+2) = -7$.

RESTA

A diferencia de los números naturales con los números enteros sí podemos hacer restas en cualquier orden, sea más grande o más pequeño el minuendo.

- Resta de dos números positivos: el segundo número quedará negativo, restaremos el grande menos el pequeño y dejaremos el signo del más grande. **Por ejemplo:** $(+4) - (+7) = +4 - 7 = -3$.
- Resta de dos números negativos: el segundo quedará positivo, restaremos el grande menos el pequeño y dejaremos el signo del más grande. **Por ejemplo:** $(-7) - (-2) = -7 + 2 = -5$.
- Resta de un número positivo y un número negativo: el segundo quedará positivo, así que haremos una suma y quedará positivo. Por ejemplo: $(+5) - (-6) = +5 + 6 = +11$.
- Resta de un número negativo y un número positivo: el segundo quedará negativo, así que haremos una suma de ambos, pero el resultado tendrá signo negativo. **Por ejemplo:** $(-4) - (+6) = -4 - 6 = -10$.

MULTIPLICACIÓN

El primer paso siempre es multiplicar los números sin importar el signo, después, para ver qué signo le corresponde, seguiremos las siguientes propiedades:

- Si los dos números tienen el mismo signo, el resultado será positivo. Es decir, si los dos números son positivos o los dos son negativos, el resultado siempre

será positivo. **Por ejemplo:** $(+5) \times (+3) = +15$. Otro ejemplo sería: $(-8) \times (-2) = +16$.

- Si uno es positivo y el otro negativo, el resultado será siempre negativo. **Por ejemplo:** $(-7) \times (+3) = -21$.

DIVISIÓN

Sigue exactamente las mismas propiedades que la multiplicación, lo único distinto es que tenemos que recordar que no está permitido dividir entre 0. Así pues, lo primero que haremos será dividir los números en el orden que nos den y, después:

- Si los dos tienen el mismo signo, el resultado será positivo. Por ejemplo, $\frac{-24}{-6} = +4$
- Si los signos son distintos, el resultado será negativo. Por ejemplo: $\frac{-14}{7} = -2$

SIGNOS DE AGRUPACION

<https://www.youtube.com/watch?v=ASvBBYxDhE0>

Los signos de agrupación son símbolos matemáticos, como los **paréntesis ()**, los **corchetes []** y las **llaves { }**, que se utilizan para asociar números y establecer la prioridad de las operaciones. Indican que las operaciones en su interior deben resolverse primero.

Tipos de signos de agrupación

- **Paréntesis ordinarios ()**: Son los más utilizados y se resuelven primero en una operación.
- **Corchetes []**: Se usan para agrupar operaciones que ya contienen paréntesis.
- **Llaves { }**: Son los de mayor jerarquía y suelen contener a los corchetes y paréntesis.

Reglas para resolverlos

1. **El orden interno:** Siempre se resuelven primero las operaciones que están más adentro y se avanza hacia afuera. Es decir, primero paréntesis, luego corchetes y, al final, las llaves.
2. **Jerarquía de operaciones:** Dentro de cada signo, debes resolver primero las multiplicaciones/divisiones y luego las sumas/restas.
3. **Eliminación:** Para eliminar un signo de agrupación, debes multiplicar el signo que está inmediatamente afuera (por ejemplo, un signo menos o más) por cada número o signo que está adentro

Ejemplo:

1) $4 (12 - 4 + 7) = 4 (19 - 4) = 4 (15) = 60$ eliminamos el paréntesis

2) $4 - 3 [5 - 6 (7 - 2)] =$ eliminamos el paréntesis, $4 - 3 [5 - 6 (5)] =$

$4 - 3 [5 - 30] = 4 - 3 [-25] =$ eliminamos el corchete, $4 + 75 = 79$

3) $-8 \{ -7 [(-2) \cdot (4) \cdot (-10)] - [-(10 - 2)] - 12 \} =$ eliminamos los paréntesis,

$$-8 \{ -7 [(-2)(4)(-10)] - [- (8)] - 12 \} = -8 \{ -7 [+ 80] - [-8] - 12 \} = \text{eliminamos los corchetes,} = -8 \{ -560 + 8 - 12 \} = -8 \{ -572 + 8 \} = -8 \{ -564 \} = \mathbf{+4512}$$

Orden y representación de los números naturales (N) y enteros (Z)

Los números naturales están ordenados: el (0) es menor que el 1, el 1 es menor que el 2, etc... En vez de escribirlo así, para ahorrar tiempo y espacio en matemáticas se escribe con el símbolo (<). Por ejemplo, para decir: "el 4 es menor que el 5" se escribe: $4 < 5$.

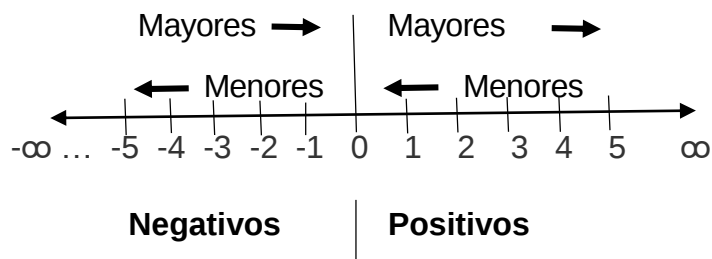
De la misma forma, para decir "es mayor que" usaremos el símbolo (>). Por ejemplo: "12 es mayor que 8" se escribe: $12 > 8$.

Ejemplo:

- a) $234 > 123$
- b) $56 < 78$
- c) $-10 < -5$
- d) $-2 > -12$

Representación gráfica.

Los números naturales se pueden representar en una recta ordenados de menor a mayor. Para hacerlo, se señala un punto sobre la recta para determinar el número cero. A continuación, se escriben a la derecha del cero los números naturales de mayor a menor y a los opuestos de los números naturales de mayor a menor (los números negativos (Z)). cada uno a la misma distancia del anterior. Para comparar números enteros, recuerda que en la recta numérica el número ubicado más a la derecha siempre es el mayor. Por regla general: cualquier positivo es mayor que un negativo, y entre dos negativos, el mayor es el que está más cerca del cero: observa.



Ejemplos:

- a) $-25 < -12$ (-25 es menor que -12)
- b) $-124 < -40$ (-124 es menor que -40)
- c) $-1 > -15$ (-1 es mayor que -15)
- d) $8 > 2$ (8 es mayor que 2)
- e) $4 < 20$ (4 es menor que 20)