

TEMA 3 -OPERACIONES ARITMETICAS

“OPERACIONES ARITMÉTICAS”?

Las operaciones aritméticas son la base de todos los procesos y métodos matemáticos. (¡Sí, son muy importantes!) Este tipo de operaciones forman parte de la rama "aritmética" de las matemáticas.

Las operaciones aritméticas reducen las matemáticas a los conceptos básicos que usamos a diario, nos demos cuenta o no. Estos conceptos básicos son la suma, la resta, la multiplicación y la división.

OPERACIONES CON CONJUNTOS NUMÉRICOS

Antes de iniciarlas, se debe conocer:

- a.) Suma algebraica.
- b.) Regla de los signos.
- c.) Signos de agrupación.

Todas son reglas muy sencillas, pero que se deben manejar correctamente, debido a que una colocación equivocada de un signo, nos cambia radicalmente un resultado:

a.- Suma Algebraica:

Se maneja para sumar y/o restar:

1. Cuando se suman números positivos, se suman las cifras y se les mantiene el signo positivo en el resultado. Ejemplo: $12 + 5 + 2 = 19$
2. Cuando se suman números negativos, se suman las cifras y se mantiene el signo negativo en el resultado. Ejemplo: $-3 - 1 - 8 = -12$
3. Cuando se tiene un número positivo y uno negativo, se restan las cifras y al resultado se le coloca el signo del número mayor. Ejemplo: $24 - 10 = 14$; $23 - 77 = -54$

.b.- Regla de los signos:

Si se multiplican o dividen signos iguales, el resultado es positivo, si se multiplican o dividen signos diferentes el resultado es negativo.

Reglas y Leyes de los Signos

Suma
Números con **signos iguales se suman** y se coloca **el mismo signo**.

$1 + 9 = 10$
 $-7 - 4 = -11$
 $(5) + (3) = 8$
 $(-2) + (-4) = -6$

Resta
Números con **signos distintos se restan** y se coloca **el signo del número más grande**.
 (Con mayor valor absoluto $|-8| = 8$)

$-8 + 5 = -3$
 $9 - 7 = 2$
 $(2) + (-10) = -8$
 $(-5) + (11) = 6$

Multiplicación

$(+)(+) = +$ $(4)(3) = 12$
 $(+)(-) = -$ $(9)(-5) = -45$
 $(-)(+) = -$ $(-7)(2) = -14$
 $(-)(-) = +$ $(-6)(-8) = 48$

División

$+\div + = +$ $10\div 5 = 2$
 $+\div - = -$ $16\div (-4) = -4$
 $-\div + = -$ $-9\div 3 = -3$
 $-\div - = +$ $-8\div (-8) = 1$






www.math3logic.com

C.- signos de agrupación:

Estos signos indican que las cantidades encerradas en ellos, deben considerarse como un todo, es decir, como una sola cantidad y también se utilizan para señalar el orden en que deben efectuarse las operaciones.

Los signos de agrupación más usados son: el paréntesis (); el corchete [] y la llave { }, así como para dar más claridad a las expresiones; es recomendable usarlos en este mismo orden e igualmente cuando se efectúan las operaciones y se debe proceder a eliminarlos, se recomienda mantener el mismo orden.

Para suprimir o eliminar los signos de agrupación se debe tener en cuenta presente las siguientes normas:

a.- Cuando los signos de agrupación están precedidos por el signo (+), se elimina el signo de agrupación y a las cantidades que están dentro de él, se les conserva el mismo signo. Ejemplo:

$$8 + 9 + (3 + 2 - 6) = 8 + 9 + 3 + 2 - 6$$

$$4x + (-y + 5z) = 4x - y + 5z$$

b.- Cuando los signos de agrupación están precedidos por el signo (-), se elimina el signo de agrupación y las cantidades que están dentro de él, se les cambia el signo. Ejemplo:

$$4 - (8 + 10 - 5) = 4 - 8 - 10 + 5$$

$$6x - (-y + 4z) = 6y + y - 4z$$

c.- Cuando los signos de agrupación están precedidos por un número cualquiera, no habiendo signo (+) ni signo (-) entre ellos, se trata de una multiplicación, entre el número de afuera y los números contenidos dentro de los signos de agrupación, esto equivale a la llamada “propiedad distributiva de la multiplicación” y se resuelve multiplicando el número de afuera por cada uno de los números o términos que están dentro y en cada uno de ellos deben multiplicarse los respectivos signos

Ejemplo:

$$7 (6 - 8 + 15) = 42 - 56 + 105$$

$$-6 (3x + 7 - y + 2z) = -18x - 42 + 6y - 12z$$

$$(-5x + 16 - 40y + z) 8 = -40x + 128 - 320y + 8z$$

$$(-4) (16 - 12 + 20 - 15) = -64 + 48 - 80 + 60$$

Se sugiere ver los siguientes videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=ASvBBYxDhE0>

<https://www.youtube.com/watch?v=WS5rtL9tTpU>

Ejercicios propuestos:

Demostrar eliminando los signos de agrupación, que:

$$1) -8 \{ -7 [(-5) \cdot (4) \cdot (-15)] - [-(10 + 15 - 2)] - 12 \} = 16.712$$

$$2) - \{ 14 + (16 - 14) - [(42) \div (-6)] - 7 (15 - 9 - 2) \} = 5$$

$$3) 6 + \{ [18 - (12) \cdot (-9)] - [16 (5 - 12) + 4] \} - 6 = 162$$

Números Decimales

Para sumar o restar números con punto decimal, debes **alinear los puntos decimales verticalmente** y rellenar los espacios vacíos con ceros.

- **Ejemplo:** (4.25 + 12.3)

Se ordena así:

$$\begin{array}{r} 4,25 \\ + 12,30 \\ \hline 16,55 \end{array}$$

Ejemplo: (23, 0075 - 7, 25) =

Se ordena así:

$$\begin{array}{r} 23,0075 \\ -7,2500 \\ \hline 15,7575 \end{array}$$

1) Ejercicios: Ordene y resuelva las operaciones

- a) $14,56 - 11,3 + 4,612 =$
- b) $3,5 - 2,67 - 3,501 =$
- c) $-7,69 - 3,6 + 6,982 =$
- d) $14,56 - (11,3 + 4,612) =$
- e) $3,5 - (2,67 - 3,501) =$
- f) $-7,69 - (3,6 + 6,982) =$

2) Calcula el número decimal que falta en las siguientes operaciones:

- a) $8,315 - \boxed{} = 2,4$
- b) $\boxed{} - 2,53 = 0,301$
- c) $\boxed{} + 3,52 = 9,403$
- d) $8,4 + \boxed{} = 7,3$

Operaciones con Números Racionales (Q) (Fracciones):

Una fracción es la relación entre dos números enteros diferentes que se dividen y se expresa así: $\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$. $\left(\frac{a}{b}\right)$ Una fracción expresa las partes de una o más unidades.

Número Mixto: está formado por un número entero y una fracción. Ejemplo:

$3\frac{2}{5}$ y se resuelve de la siguiente manera: Se convierte en una fracción

$3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ El resultado es el numerador de la fracción y se

coloca el mismo denominador, es decir, $3\frac{2}{5} = \frac{17}{5}$

Valor de una fracción: Se calcula dividiendo el numerador entre el denominador; esta división puede dar como resultado un número entero

(exacta). Ejemplo: $\frac{16}{2} = 8$, o puede dar un decimal (inexacta), ejemplo: $\frac{3}{4} = 0,75$

Fracciones equivalentes: Dos fracciones son equivalentes, cuando sus valores son iguales, es decir, que valen lo mismo. También dos fracciones son

equivalentes cuando sus productos cruzados son iguales. Ejemplo

$\frac{4}{11}$ y $\frac{12}{33}$ observa que al dividir $4 \div 11 = 0,36$ y al dividir $12 \div 33 = 0,36$, por lo tanto, los valores de las fracciones son iguales

OPERACIONES CON NÚMEROS REALES (R) (FRACCIONES)

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES (Denominadores iguales)

se realiza sumando o restando los numeradores (números superiores) cuando los denominadores (inferiores) son iguales, manteniendo el mismo denominador.

EJEMPLO: $\frac{7}{5} + \frac{11}{5} = \frac{7+11}{5} = \frac{18}{5}$, observa que los denominadores de las fracciones son iguales, por lo tanto, el denominador de la fracción resultante será el mismo y los numeradores se suman.

EJEMPLO: $\frac{17}{3} - \frac{5}{3} = \frac{17-5}{3} = \frac{12}{3}$

Ejercicios propuestos.

1) $\frac{7}{2} + \frac{9}{2} =$

2) $\frac{45}{7} + \frac{23}{7} =$

3) $\frac{15}{9} - \frac{7}{9} =$

4) $\frac{67}{8} - \frac{76}{8} =$

SUMA Y RESTA DE FRACCIONES (Denominadores diferentes)

Método de la Mariposa (cruzado): $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{(axd)+(bxc)}{(bxd)}$

Ejemplo: $\frac{3}{2} + \frac{6}{5} = \frac{(3 \times 5) + (2 \times 6)}{(2 \times 5)} = \frac{(15) + (12)}{(10)} = \frac{15+12}{10} = \frac{27}{10}$

Ejemplo: $\frac{8}{3} - \frac{2}{7} = \frac{(8 \times 7) - (3 \times 2)}{(3 \times 7)} = \frac{(56) - (6)}{(21)} = \frac{56-6}{21} = \frac{50}{21}$

Mínimo Común Múltiplo (MCM): Se utiliza el MCM de los denominadores para convertir las fracciones, lo que suele facilitar la simplificación posterior.

Para calcular el mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más números se descomponen cada uno en factores primos y multiplica los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo: $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{16+15+10}{40} = \frac{41}{40}$

Calculamos mcm de los denominadores 5, 8 y 4, dividiéndolos por los factores primos. Empleamos el método de la tabla

5	8	4	2
5	4	2	2
5	2	1	2
5	1		5
			40

8	2
4	2
2	2
1	2 ³

5	5
1	
	5

4	2
2	2
	2 ²

m.c.m de 5, 8 y 4 es 40

m.c.m: $2^3 \times 5 = 40$

Video recomendado: <https://www.youtube.com/watch?v=yYqeyCLYSXc>

EFECTUA LOS EJERCICIOS PROPUESTOS:

1) $\frac{7}{8} + \frac{15}{8} =$

2) $\frac{19}{2} - \frac{15}{2} =$

3) $\frac{7}{4} + \frac{9}{4} - \frac{5}{4} =$

4) $\frac{7}{9} + \frac{6}{5} =$

5) $\frac{5}{3} - \frac{11}{7} =$

6) $\frac{7}{2} + \frac{5}{8} - \frac{15}{6} =$

SUMA Y RESTA DE NUMEROS IRRACIONALES

Para sumar o restar números irracionales expresados como raíces, solo puedes combinar aquellos que sean **semejantes** (que tengan el mismo índice y el mismo radicando). Para hacerlo, simplemente suma o resta los números que están fuera de la raíz (coeficientes) y deja el radical intacto

Pasos para sumar y restar irracionales

1. Identificar términos semejantes

Los términos son semejantes si tienen la misma raíz y el mismo radicando. Por ejemplo, $5\sqrt{2}$ Y $9\sqrt{2}$ son semejantes.

Operación: $5\sqrt{2} + 9\sqrt{2} = (5 + 9)\sqrt{2} = 14\sqrt{2}$

2. Simplificar radicales (cuando no son iguales)

Si las raíces parecen diferentes, debes simplificarlas descomponiendo los números en sus factores primos para ver si puedes extraer factores y encontrar raíces semejantes

Ejemplo: $3\sqrt{75} - 2\sqrt{12}$

12	2
6	2
3	3
1	

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

75	3
25	5
5	5
1	

$$75 = 5^2 \cdot 3$$

$3\sqrt{75} - 2\sqrt{12} = 3\sqrt{5^2 \cdot 3} - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 3\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} =$ se cancelan los exponentes (2) con el índice (2) de las raíces.

$$3\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 5\sqrt{3} - 2 \cdot 2\sqrt{3} = 15\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = (15 - 4)\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

3. Casos con diferentes números irracionales

Las raíces de números distintos que no se pueden simplificar no se pueden sumar ni restar entre sí. La expresión simplemente se deja indicada.

Ejemplo: $7\sqrt{5} + 2\sqrt{3} =$

- **Resultado:** Se queda exactamente igual, no se pueden agrupar.

1) Ejercicios: Efectúa las siguientes sumas y restas de irracionales

a) $6\sqrt{7} + 8\sqrt{7} =$

b) $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} =$

c) $5\sqrt{6} - 2\sqrt{6} =$

d) $4\sqrt{7} - 3\sqrt{7} =$

e) $6\sqrt{5} - 2\sqrt{5} =$

2) Ejercicios: Realiza las siguientes sumas y restas con raíces:

a) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 4\sqrt{2} =$

b) $2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} =$

c) $6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} =$

d) $3\sqrt{3} + 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{3} =$

