

TEMA 4 -OPERACIONES ARITMETICAS MULTIPLICACION Y DIVISION

MULTIPLICACION Y DIVISION DE NUMEROS ENTEROS

La multiplicación y división de números enteros se realizan operando normalmente los números y aplicando la **Regla de los Signos** para determinar el signo del resultado. Signos iguales dan positivo; signos diferentes dan negativo.

Regla de los Signos

La regla es idéntica para ambas operaciones:

- **Signos Iguales:** El resultado es **Positivo (+)**.
 $(+) \times (+) = (+)$
 $(-) \times (-) = (+)$
 $(+) \div (+) = (+)$
 $(-) \div (-) = (+)$
- **Signos Diferentes:** El resultado es **Negativo (-)**.
 $(+) \times (-) = (-)$
 $(-) \times (+) = (-)$
 $(+) \div (-) = (-)$
 $(-) \div (+) = (-)$

Ejemplos de Multiplicación

Primero se multiplican los valores absolutos y luego se aplica la ley de signos:

$$\begin{aligned} (+4) \times (+3) &= +12 \text{ (Mismo signo, positivo)} \\ (-5) \times (-6) &= +30 \text{ (Mismo signo, positivo)} \\ (+7) \div (-2) &= -14 \text{ (Signos diferentes, negativo)} \\ (-8) \div (+4) &= -2 \text{ (Signos diferentes, negativo)} \end{aligned}$$

Ejemplos de División

Se dividen los valores absolutos y luego se aplica la misma ley de signos:

$$\begin{aligned} (+20) \div (+4) &= +5 \text{ (Mismo signo, positivo)} \\ (-18) \div (-3) &= +6 \text{ (Mismo signo, positivo)} \\ (+15) \div (-3) &= -5 \text{ (Signos diferentes, negativo)} \\ (-35) \div (+7) &= -5 \text{ (Signos diferentes, negativo)} \end{aligned}$$

Por ejemplo:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $(+5) \cdot (-3) = -15$ | b) $(-5) \cdot (-3) = +15$ |
| c) $(+5) \cdot (+3) = +15$ | d) $5 \cdot 3 = 15$ |
| e) $(+20) : (-4) = -5$ | f) $(-20) : (-4) = +5$ |
| g) $(+20) : (+4) = +5$ | h) $20 : 4 = 5$ |

Ejercicios combinados:

$$1) (5 + 3 \cdot 2 : 6 - 4)(4 : 2 - 3 + 6) : (7 - 8 : 2 - 2) =$$

$$2) 2 \{ 4 [7 + 4 (5 \cdot 3 - 9) - 3 (40 - 8)] \} =$$

$$3) -3 \cdot 5 \cdot -2 (12 : 3 + 4 : 2) - 36 : 12 + 5 \cdot 2 =$$

MULTIPLICACION Y DIVISION DE FRACCIONES:

El resultado de multiplicar dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene de la multiplicación de los numeradores y el denominador de la multiplicación de los denominadores

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{axc}{bxd} \quad \text{Ejemplo: } \frac{7}{5} \times \frac{9}{8} = \frac{7 \times 9}{5 \times 8} = \frac{63}{40}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \times \frac{n}{m} = \frac{axcxn}{bxdxm} \quad \text{Ejemplo: } \frac{3}{4} \times \frac{9}{2} \times \frac{7}{8} = \frac{3 \times 9 \times 7}{4 \times 2 \times 8} = \frac{189}{64}$$

DIVISION DE FRACCIONES:

El resultado de dividir dos números racionales es de nuevo un racional cuyo numerador se obtiene multiplicando los extremos y el denominador de multiplicar los medios.

Método 1 multiplicación en cruz.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{Ejemplo: } \frac{5}{7} \div \frac{1}{6} = \frac{5 \cdot 6}{7 \cdot 1} = \frac{30}{7}$$

Método 2 de la división de fracciones: Multiplicar números internos y números externos

Consiste en acomodar una fracción sobre otra y posteriormente multiplicar los números externos del acomodo para obtener de resultado el numerador, luego debemos multiplicar los números internos para obtener el resultado del denominador. ejemplo se dividirán las fracciones $\frac{2}{3}$ entre $\frac{1}{4}$.

$$\begin{array}{r} \frac{2 \text{ externo}}{3 \text{ interno}} \\ \frac{1 \text{ interno}}{4 \text{ externo}} \end{array} = \frac{2 \times 4}{3 \times 1} = \frac{8}{3}$$

EFECTUA LOS EJERCICIO PROPUESTOS:

$$1) \frac{7}{3} \div \frac{5}{8} = \quad 2) \frac{9}{5} \div \frac{3}{2} = \quad 3) \frac{4}{7} \div \frac{8}{9} = \quad 4) \frac{-5}{6} \times \frac{2}{-9} =$$

$$5) \frac{\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{8}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5}}$$

$$6) \frac{\frac{4}{3} \times \frac{5}{2}}{\frac{8}{5}} : \frac{9}{4} =$$

$$7) \frac{\frac{9}{4} \times 2}{5 \times \frac{2}{3}} : \frac{3}{2}$$

$$8) \left(\frac{7}{3} \times \frac{6}{5} \right) : \frac{6}{7}$$

MULTIPLICACION Y DIVISION DE NUMEROS IRRACIONALES

MULTIPLICACION DE NUMEROS IRRACIONES

Para multiplicar números irracionales (expresados como raíces), se multiplican los coeficientes entre sí y las cantidades dentro de la raíz (radicandos) bajo un mismo radical. Es indispensable que las raíces tengan el **mismo índice** para poder unirlos en una sola operación.

Caso 1. Raíces con el mismo índice

$$a) 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{8} = (3 \times 5)\sqrt{2 \times 8} = 15\sqrt{16} = 15(4) = 60$$

$$b) 4\sqrt{5} \times 5\sqrt{3} = (4 \times 5)\sqrt{5 \times 3} = 20\sqrt{15}$$

Caso 2. Raíces con diferente índice

Si los índices son distintos, debes convertirlas a un **común índice** utilizando el mínimo común múltiplo (MCM) de los índices, aplicando fracciones en los exponentes para igualarlos.

$$a) \sqrt{3} \times \sqrt[3]{4} = \text{en este caso los índices de las raíces son 2 y 3, el m.c.m es (6), en la multiplicación se convierte ambas raíces en índice (6),}$$

$$\sqrt{3} = \frac{2 \times 3}{2} \sqrt{3} = \sqrt[6]{27},$$

$$\sqrt[3]{4} = \frac{3 \times 2}{3} \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{16}$$

$$\text{Multiplicamos las nuevas raíces, } \sqrt{3} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[6]{27} \times \sqrt[6]{16} = \sqrt[6]{27 \times 16} = \sqrt[6]{432}$$

Caso 3. Propiedad distributiva

Cuando un número irracional multiplica a un binomio (dos términos que se suman o restan), el número exterior multiplica a cada uno de los términos del paréntesis.

$$\text{Ejemplo: } \sqrt{2} (2\sqrt{3} + \sqrt{5}) =$$

$$\sqrt{2} (2\sqrt{3} + \sqrt{5}) = 2\sqrt{3} \times \sqrt{2} + \sqrt{5} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3 \times 2} + \sqrt{5 \times 2} = 2\sqrt{6} + \sqrt{10}$$

DIVISION DE NUMEROS IRRACIONALES

La división de números irracionales (expresados como raíces) se resuelve agrupando los elementos dentro de una misma raíz si los índices son iguales. Si los índices son distintos, se igualan buscando el mínimo común múltiplo.

Caso 1. División de raíces con el mismo índice

Si los índices de las raíces son iguales (por ejemplo, ambas son raíces cuadradas), se dividen los coeficientes por fuera de la raíz, por un lado, y los números dentro de la raíz (cantidades subradicales) por el otro. Se mantiene el mismo índice de la raíz.

Ejemplo: $\frac{12\sqrt{18}}{3\sqrt{6}}$ = se dividen los coeficientes que están fuera de la raíz, $\frac{12}{3}=4$

$$4\sqrt{\frac{18}{6}} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow 4\sqrt{3}$$

b) $\frac{-15\sqrt{10}}{5\sqrt{5}}$ = se dividen los coeficientes que están fuera de la raíz, $\frac{15}{5} = 3$

$$3\sqrt{\frac{10}{5}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow 3\sqrt{2}$$

$$\text{c) } \frac{\frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{3}}}{\frac{3}{8}\sqrt{\frac{3}{2}}} =$$

Caso 2. División de raíces con diferente índice

Cuando los índices son diferentes, primero debes calcular el **mínimo común múltiplo (m.c.m)** de los índices para igualar el mismo índice en los radicales.

a) Ejemplo: $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt{3}}$, en este caso los índices de las raíces son 2 y 3, el m.c.m es (6), en la división se convierte ambas raíces en índice (6),

$$\frac{\sqrt[3x2]{5}}{\sqrt[2x3]{3}} = \frac{\sqrt[6]{5^2}}{\sqrt[6]{3^3}} = \frac{\sqrt[6]{25}}{\sqrt[6]{9}} = \sqrt[6]{\frac{25}{9}}$$

a) $\frac{8\sqrt[4]{2}}{2\sqrt[3]{5}}$ = los índices de las raíces son 4 y 3, el m.c.m. es (12), en la división se convierte ambas raíces en índice (12),

$$\frac{8\sqrt[4]{2}}{2\sqrt[3]{5}} = \frac{8^{4x3}\sqrt[12]{2^3}}{2^{3x4}\sqrt[12]{5^4}} = \frac{8^{12}\sqrt[12]{8}}{2^{12}\sqrt[12]{625}} = \text{se dividen los coeficientes que están fuera}$$

$$\text{de la raíz, } \frac{8}{2} = 4, \Rightarrow 4\frac{\sqrt[12]{8}}{\sqrt[12]{625}} = 4\sqrt[12]{\frac{8}{625}}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=cvFL5othxwg>

<https://www.youtube.com/watch?v=5DxWcuVJj5U>

https://www.youtube.com/watch?v=desONj_65CY