

TEMA 7

PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son **expresiones algebraicas que vienen de un producto que conocemos** porque sigue reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación. Estas operaciones son fáciles de recordar sin necesidad de efectuar la multiplicación correspondiente.

1. Cuadrado de la suma de dos cantidades

$$(a + b)^2$$

Cuando tenemos dos cantidades **a** y **b**, cuya suma está elevada al cuadrado, lo que realmente se pide es que se multiplique la suma por sí misma: Ejemplo

$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$, Esta multiplicación se realiza de la siguiente forma:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = (a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b) = a^2 + 2ab + b^2$$

Por lo tanto. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Regla del cuadrado de la suma de dos cantidades

El cuadrado de la suma de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, más dos veces la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Ejemplo: $(X + 5)^2 = X^2 + 2 \cdot X \cdot 5 + 5^2 = X^2 + 10X + 25$

Ejercicio. Desarrolle $(X + 10)^2 =$

2. Cuadrado de la diferencia de dos cantidades

Cuando tenemos dos cantidades **a** y **b**, cuya resta está elevada al cuadrado, lo que realmente se pide es que se multiplique la resta por sí misma:

$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b)$, Esta multiplicación se realiza de la siguiente forma:

$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = (a \cdot a + a \cdot (-b) + (-b) \cdot a + (-b) \cdot (-b)) = a^2 - 2ab + b^2$$

Por lo tanto. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Recordemos que dos números negativos cuando se multiplican, el signo resultante es positivo: $(-b) \cdot (-b) = b^2$

Regla del cuadrado de la resta de dos cantidades

El cuadrado de la resta de dos cantidades es igual al cuadrado de la primera cantidad, menos dos veces el primer término por el segundo término, más el cuadrado de la segunda cantidad.

Ejemplo: $(X - 3)^2 = (X - 3) \cdot (X - 3) = X^2 - 2 \cdot X \cdot 3 + 3^2 = X^2 - 6X + 9$;

Entonces. $(X - 3)^2 = X^2 - 6X + 9$

Desarrolle: $(m - 4)^2 =$

3. Producto de la suma por la diferencia de dos cantidades

$(a + b) \cdot (a - b) = a \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot a + b \cdot (-b) = a^2 - b^2$, por lo tanto

$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Ejemplo: $(X + 3)(X - 3) = X \cdot X + X \cdot (-3) + 3 \cdot X + 3 \cdot (-3) = X^2 - 3X + 3X - 9 = X^2 - 9$

Aplicando el producto notable : $(X + 3)(X - 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9$

Ejercicios propuesto:

- 1) $(m + 7)^2 =$
- 2) $(3m + 5)^2 =$
- 3) $(a^2 + 4)^2 =$
- 4) $(a - 2b)^2 =$
- 5) $(3a^2 - b)^2 =$
- 6) $(2x^2 - a^2)^2 =$
- 7) $(7a - b)(7a + b) =$
- 8) $(3x + y)(3x - y) =$
- 9) $(2x - 5)(2x + 5) =$
- 10) $(5x + 10y)(5x - 10y) =$

4.- Producto de un binomio que tienen un término común:

$(x \pm a)(x \pm b) = x^2 + (a \pm b)x + (a)(b)$, siendo (x) el termino común y (a,b) términos no comunes.

Enunciado: El cuadrado del término común (x), más la suma algebraica de los términos no comunes (a y b), más el producto de los no comunes (a)(b) con sus respectivos signos.

Se pueden presentar cuatro situaciones diferentes:

$(x + a)(x + b)(x + a)(x - b)(x - a)(x + b)(x - a)(x - b)$

Ejemplo

$$1) : (x + 2)(x + 3) = x^2 + (2 + 3)x + (2 \cdot 3) = x^2 + 5x + 6$$

$$2) (a + 3)(a - 4) = a^2 + (3 + (-4))a + (3 \cdot (-4)) = \\ = a^2 + (-1)a + (-12) = a^2 - a - 12$$

5.- Producto de dos binomios sin términos comunes: Se procede hacer las multiplicaciones como en la propiedad distributiva.

$$(x + 2)(y + 5) = (x)(y) + (x)(5) + (2)(y) + (2)(5) = xy + 5x + 2y + 10$$

Ejercicios:

$$1) (a + 3)(b + 2) =$$

$$2) (2x + 4)(y - 6) =$$

6. Cubo de la suma de dos cantidades $(a + b)^3$

Enunciado: El cubo del primer término más el triple producto del primer término al cuadrado por el segundo más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo más el cubo del segundo término.

$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^2 \cdot (a + b) \text{ desarrollamos el producto} \\ (a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2a \cdot b + b^2) \cdot (a + b) = \\ (a^2 \cdot a + a^2 \cdot b + 2ab \cdot a + 2ab \cdot b + b^2 \cdot a + b^2 \cdot b) = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

$$\text{Ejemplo: } (a + 2)^3 = a^3 + 3(a^2 \cdot 2) + 3(a \cdot 2^2) + 2^3 = a^3 + 6a^2 + 12a + 8$$

$$\text{Ejercicio: } (2 + x^2)^3 =$$

7) Cubo de la resta de dos cantidades $(a - b)^3$

Enunciado: El cubo del primer término menos el triple producto del primer término al cuadrado por el segundo más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo menos el cubo del segundo término.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2 \cdot b + 3a \cdot b^2 - b^3$$

Ejemplo: $(2x - y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot y + 3(2x) \cdot (y)^2 - y^3 =$
 $= 8x^3 - 3(4) \cdot x^2 + 6xy^2 - y^3 = 8x^3 - 12x^2 + 6xy^2 - y^3$

Ejercicios:

- 1) $(3a - 2b)^3 =$
- 2) $(x^2 - 2y)^3 =$

Refuerza con los siguientes videos.

<https://www.youtube.com/watch?v=G-ym95yl3Es>

<https://www.youtube.com/watch?v=lihyC7Xglgs>

<https://www.youtube.com/watch?v=b5ur5CHmHw>

<https://www.youtube.com/watch?v=z8QWgWI63MU>