

TEMA 11

IGUALDAD MATEMATICA

Una igualdad matemática es una relación de equivalencia entre dos expresiones numéricas o algebraicas que poseen el mismo valor, conectadas por el signo igual (=). Representa un equilibrio (como una balanza) entre el primer miembro y el segundo miembro. Puede ser una identidad (siempre cierta) o una ecuación (cierta para valores específicos)

Principales Propiedades de la Igualdad:

- **Reflexiva:** Cualquier cantidad es igual a sí misma: $a = a$. Ejemplo, $5 = 5$, $x - a = x - a$, $2x + 3 = 2x + 3$
- **Simétrica:** Si $a = b$, entonces $b = a$. Ejemplo: $2 + 3 = 5 \Rightarrow 5 = 2 + 3$
- **Transitiva:** Si $a = b$ y $b = c$, entonces, $a = c$, $5 + 2 = 7$ y $7 = 4 + 3 \Rightarrow 5 + 2 = 4 + 3$
- **Aditiva/Sustracción:** Si sumas o restas la misma cantidad a ambos lados, la igualdad persiste: Si $a = b$, entonces $a \pm c = b \pm c$. Ejemplo: $7 = 7$, si sumamos a ambos miembros se mantiene la igualdad. $7 + 3 = 7 + 3 \Rightarrow 10 = 10$
- **Multiplicativa/División:** Si multiplicas o divides ambos lados por la misma cantidad (distinta de cero), la igualdad se mantiene: Si $a = b$, entonces $a \cdot c = b \cdot c$. Ejemplo: $6 = 6$, si multiplicamos ambos miembros por 2 se mantiene la igualdad.

$$6 \times 2 = 6 \times 2 \Rightarrow 12 = 12$$

- **Sustitución:** Si $a = b$, entonces (a) puede ser reemplazado por (b) en cualquier expresión.

Estas propiedades son la base para despejar incógnitas, permitiendo la "transposición de términos" donde las operaciones pasan al otro miembro con su operación inversa (ej. la suma pasa restando) Ejemplo:

$6x - 7 = 3x + 2$, $3x$ está en el segundo miembro, pasa al primer miembro restando y (7) está en el primer miembro, pasa al segundo miembro sumando, $6x - 3x = 2 + 7 \Rightarrow 3x = 9$, al despejar la (x), el número (3) está en primer miembro multiplicado a la (x), pasa al segundo miembro dividiendo. $x = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$

RECURSOS INTERACTIVOS

<https://www.youtube.com/watch?v=CJEsybfPQSE>

ECUACIONES

Una ecuación es una igualdad matemática entre dos expresiones, separadas por un signo de igual (=), que busca encontrar el valor de una o más incógnitas (variables, usualmente letras como (x , y) para que ambos lados tengan el mismo valor, y se cumpla la igualdad. Ejemplo: $2x - 3 = 5$, en esta ecuación su solución es $x = 4$, porque al sustituir el valor de (x) en la ecuación hace que la igualdad sea cierta. Observa:

Si $x = 4$ al sustituir este valor en la ecuación se cumple la igualdad $2(4) - 3 = 5$, $8 - 3 = 5$

Entonces $5 = 5$

ELEMENTOS DE UNA ECUACION:

1. **Miembros:** Son las expresiones a cada lado del signo igual. El lado izquierdo es el **primer miembro** y el derecho es el **segundo miembro**.
2. **Signo igual (=):** Indica que el valor del primer miembro es igual al del segundo.
3. **Términos:** Son cada uno de los sumandos que componen los miembros, separados por signos de suma (+) o resta (-).
4. **Incógnitas (o Variables):** Son las letras (generalmente (x , y , z) que representan los valores desconocidos que se pretenden calcular.
5. **Coeficientes:** Son los números que multiplican a las incógnitas.
6. **Término independiente:** Es el número o valor que no está acompañado por ninguna incógnita.
7. **Solución:** Es el valor numérico que, al sustituir la incógnita, hace que la igualdad sea verdadera.
8. **Grado:** Es el mayor exponente al que está elevada la incógnita.

Ejemplo: Sea la ecuación: $x + 2x = 8$

Primer miembro, $x + 2x$

Segundo miembro , 8

Términos (3) ; x , $2x$, 8

Incognita o variable: (x)

Coeficientes : 1 en (x) y 2 en ($2x$)

Término independiente: 8

Solución: $x = 2$. $x = -4$

Grado: primer o 1 el exponente de la variable (**x**) **3s 1**

DESPEJE SIMPLES EN UNA ECUACION

Despejar una ecuación es aislar la incógnita (variable) en un lado de la igualdad, generalmente el izquierdo, para encontrar su valor

Reglas Básicas de Despeje

- **Suma y Resta:** Si un término está sumando, pasa al otro lado restando, y viceversa.
 - *Ejemplo:* $X + 4 = 6 \Rightarrow X = 6 - 4 \Rightarrow X = 2$
- **Multiplicación y División:** Si un término multiplica, pasa dividiendo a todo el otro lado, y viceversa.
 - *Ejemplo:* $4X = 12 \Rightarrow X = \frac{12}{4} \Rightarrow X = 3$.
- **Potencias y Raíces:** Si una variable está elevada a una potencia, se aplica la raíz correspondiente en el otro lado, y viceversa.
 - *Ejemplo:* $X^2 = 64 \Rightarrow \sqrt{X^2} = \sqrt{64} \Rightarrow X = 8$

Pasos Generales para Despejar

1. **Simplificar:** Resuelve paréntesis y agrupa términos semejantes.
2. **Agrupar:** Mueve los términos con la variable a un lado y los números al otro, cambiando el signo de los que cambian de lado.
3. **Aislar:** Deja la variable completamente sola (sin coeficientes multiplicando o dividiendo)

1) Ejemplo: Despejar (x) en la ecuación: $4x - 5 = 15$

$$4x - 5 = 15 \Rightarrow 4x = 15 + 5 \Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{4} \Rightarrow x = 5$$

2) En la ecuación despejar (m) : $t - m \cdot a = 4 \Rightarrow t - 4 = m \cdot a \Rightarrow \frac{t-4}{a} = m$

$$m = \frac{t-4}{a}$$

3) Hallar el valor de (x) en la ecuación: $\frac{x}{6} - \frac{x-1}{2} = \frac{x-13}{9}$

En este caso hay que eliminar primero los denominadores, para

ello hay que buscar el m.c.m. de todos los términos, en este caso entre 6, 2 y 9 m.c.m.= 18.

$$18\left(\frac{x}{6}\right) - 18\left(\frac{x-1}{2}\right) = 18\left(\frac{x-13}{9}\right)$$

$$3x - 9(x-1) = 2(x-13) \Rightarrow 3x - 9x + 9 = 2x - 26 \Rightarrow -6x + 9 = 2x - 26$$

$$\Rightarrow \text{agrupamos términos, } 9 + 26 = 2x + 6x \Rightarrow 35 = 8x$$

$$X = \frac{35}{8}$$

RESOLUCION DE ECUACIONES

Resolver ecuaciones implica encontrar el valor de la incógnita (usualmente (x , y ó z) que hace verdadera la igualdad. El método principal es "despejar", moviendo términos al lado contrario del signo igual con la operación opuesta (suma por resta, multiplicación por división) para aislar la variable.

PASOS PARA RESOLVER UNA ECUACION LINEAL

- **Simplificar:** Elimina paréntesis y simplifica términos semejantes a ambos lados.
- **Agrupar:** Mueve los términos con la variable (X) a un lado y los números al otro, cambiando su signo al cruzar el igual.
- **Despejar:** Si la variable está multiplicada por un número, divide ambos lados por dicho número para obtener el resultado final
- **Verificar:** Sustituye el valor obtenido en la ecuación original para asegurar que la igualdad se mantiene

1) Hallar el valor de (x) en la ecuación: $x + (x+1) + (x+2) = 219$

Eliminamos los paréntesis: $x + x + 1 + x + 2 = 219$, $3x + 3 = 219$

Agrupamos; $3x = 219 - 3$. $3x = 216$

Despejamos ; $x = \frac{216}{3} = 72 \Rightarrow x = 72$

Verificamos; $x + (x+1) + (x+2) = 219$; $72 + (72+1) + (72+2) = 219$

$72 + 73 + 74 = 219$; $219 = 219$ se cumple la igualdad.

2) Resolver: $\frac{5x}{3} + 5 = \frac{2x+3}{4}$, resolvemos la fracción en el primer

miembro

$$\frac{5x+15}{3} - \frac{2x+3}{3}, \quad 3(5x + 15) = 3(2x + 3); \quad 15x + 45 = 6x + 9 =$$

Agrupamos términos $15x - 6x = 9 - 45$; **$9x = -36$**

Despejamos; $9x = -36$; $x = \frac{-36}{9} = -4$ solución: **$x = -4$**

Verificamos en $15x + 45 = 6x + 9$; $15(-4) + 45 = 5(-4) + 9$; $-60 + 45 = -24 + 9$; **$-15 = -15$**

Resolver:

a) $3(x-8) + 6(2-x) - (x-2) = x$

b) $\frac{x-10}{2} + \frac{x+8}{4} = 0$

c) $2(2x-3) = 6+x$

d) $\frac{4}{x-3} = \frac{5}{x-2}$

PROBLEMAS QUE SE RESUELVEN CON ECUACIONES DE PRIMER GRADO.

- 1) Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

En este caso, el número buscado es (x)

El número = x

El doble del número es = $2x$

La mitad del número es = $\frac{x}{2}$

Si al doble del número le restamos la mitad el resultado es 54. Entonces:

$$2x - \frac{x}{2} = 54, \text{ resolvemos la ecuación: } \frac{2(2x)-x}{2} = 54; 4x - x = 2(54)$$

$$3x = 108 \text{ despejamos (x); } x = \frac{108}{3} = 36. \text{ solución: } \mathbf{x = 36}$$

- 2) Si al triple de un número le restas dicho número, resulta 30. ¿Cuál es ese número?

En este caso (x) es el número buscado.

El número = x

El triple del número = $3x$

Si al triple del número le restamos dicho número, el resultado es 30, es decir: $3x - x = 30$, resolvemos la ecuación para hallar el número.

$$3x - x = 30;$$

$$2x=30; x=\frac{30}{2}$$

$$\mathbf{X = 15}$$

- 3) Luís le dice a Eva: Yo tengo el doble de Bs que tú. Si Eva le contesta: Entre los dos tenemos 1200 Bs, ¿Cuántos Bs tiene cada uno?

Eva tiene (x) Bs,

Luis tiene (2x) Bs

Si eva dice la suma de las dos cantidades es 1200 Bs, entonces

$$X + 2x = 1200$$

$$3x = 1200$$

$$X=\frac{1200}{3}; \mathbf{x = 400}, \text{ entonces eva tiene 400Bs y Luis 800 Bs}$$

- 4) Si al doble de un número se le resta su mitad resulta 54. ¿Cuál es el número?

Sea x un numero cualquiera,

La mitad de (x) es $\frac{x}{2}$

Entonces, $x - \frac{x}{2} = 54$, resolvemos la ecuación $x - \frac{x}{2} = 54 \Rightarrow \frac{2x - x}{2} = 54$

$$2x - x = 2 \cdot 54 \Rightarrow \mathbf{x = 108}, \text{ si } x = 108 \text{ su mitad } \frac{x}{2} = \frac{108}{2} = \mathbf{54}$$

$$\text{Entonces se verifica que : } x - \frac{x}{2} = 54, \mathbf{108 - 54 = 54}$$

Ejercicios:

- 1) La base de un rectángulo es el doble de su altura. ¿Cuáles son sus dimensiones si el perímetro mide 30 m?
- 2) ¿Cuál es el número que al sumarle su doble, su mitad y 15 se obtiene 99.
- 3) Marta tiene 20 años, que es la tercera parte de la edad de su madre. ¿Qué edad tiene la madre de Marta?
- 4) ¿Hallar tres números consecutivos cuya suma sea 348?

<https://www.youtube.com/watch?v=loIGRSlyY5E>