

PREFACIO

Desde su aparición el dinero es parte importante de la vida del hombre y ha tratado de utilizarlo de la manera más óptima y adecuada; pero hoy por la globalización de la economía ha adquirido una importancia relevante, ya que todas las transacciones se realiza a través del uso del dinero, por eso es conveniente que se sepa manejar para que genere los máximos beneficios y se aproveche a su máxima utilidad; por lo que es importante comprender de manera clara cómo el dinero puede ganar o perder o cambiar de valor en el tiempo, debido a fenómenos económicos como la inflación y devaluación, por lo cual es relevante usar y empleo con claridad y precisión los conceptos de las Matemáticas Financieras.

Además, es importante el manejo de las matemáticas financieras ya que la economía de un país, se basa en diferentes operaciones financieras y que para tomar una decisión acertada, es necesario e indispensable tener en cuenta que a través del tiempo el valor del dinero puede tener variaciones.

Se ha tratado de exponer cada una de las unidades de una manera clara y sencilla y usando un lenguaje simple para que el lector encuentre interesante el campo de las matemáticas financieras; pero es conveniente aclarar que esta disciplina, como todas las que tienen que ver con las matemáticas, exigen un trabajo práctico dedicado, por lo que se recomienda realizar los ejercicios resueltos y propuestos. EL ebook contiene suficientes ejemplos resueltos paso a paso que le proporciona al lector la destreza necesaria para resolver los ejercicios propuestos con sus respectivas respuestas, los cuales servirán para afianzar los conocimientos adquiridos a través de los capítulos.

Teniendo en cuenta que la intención u objetivo del presente ebook, es que el lector conozca los conceptos fundamentales de las matemáticas financieras para que pueda aplicarlos en el mundo financiero

CONTENIDO DEL PROGRAMA DE ESTUDIOS**UNIDAD I: GENERALIDADES**

Importancia de la Matemática Financiera.

Instituciones Financieras.

Clasificación, Características.

Tipos de relaciones comerciales con el público.

UNIDAD I I: TEORÍA GENERAL DE INTERÉS SIMPLE

Concepto.

Nomenclatura.

Fórmulas.

Interés simple exacto y ordinario. Redondeo, conversiones de tasas y plazos, a una misma unidad de tiempo.

Cálculos de Interés. Capital, Monto, Tasa, Tiempo.

Descuento simple:

Economista Ysbelia Senior

Concepto, Nomenclatura, Fórmulas.

Diferencias con el Interés Simple.

Descuento Simple Comercial y Descuento racional.

Conversión de tasa de descuento a tasa de interés simple.

Problemas combinados de Interés simple y descuento simple.

Cálculos de valor presente, valor futuro, descuento, tasa de descuento y tiempo.

UNIDAD III: INTERÉS COMPUESTO

Concepto, Nomenclatura, Fórmulas.

Diferencia con el interés simple.

Tasa equivalentes en función de la tasa efectiva.

Periodos de conversión fraccionarios.

Cálculos de valor presente, Valor futuro, Tasa, Tiempo, Interés.

Ecuaciones de Valor.

Definición

Determinación de fechas

UNIDAD IV: ANUALIDADES CIERTAS ORDINARIAS

Concepto.

Tipos de Anualidades.

Terminología.

Fórmulas.

Cálculo del valor futuro y presente.

Cálculo de renta, tasa de interés, plazo.

Cálculos de problemas para la búsqueda de respuestas de casos complejos.

UNIDAD V: AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN

Cuadros de amortización.

Amortización de una deuda.

Fondo de amortización.

Tablas de fondos de amortización.

Economista Ysbelia Senior

Contenido del programa de estudios

- Generalidades
- Teoría general de interés Simple y Descuento simple
- Interés compuesto
- Anualidades ciertas ordinarias
- Amortización y fondos de amortización

UNIDAD I

Generalidades sobre Matemática Financiera

Las matemáticas financieras son fundamentales para tomar la mejor decisión, cuando se invierte dinero en proyectos o en inversiones, por eso es conveniente que el lector defina y explique los conceptos básicos sobre proyectos y las diferentes inversiones que se pueden llevar a cabo en la vida cotidiana y empresarial. También, es importante, que se conozca la importancia del concepto del valor del dinero a través del tiempo, como elemento fundamental de las matemáticas financieras, así como del principio de equivalencia y el principio de visión económica, que se aplican en el diagrama económico, para efecto de trasladar los flujos de caja al presente o al futuro.

¿Cuál es la importancia de la matemática financiera?

Las organizaciones y las personas toman decisiones diariamente que afectan su futuro económico, por lo cual, deben analizar técnicamente los factores económicos y no económicos, así como también los factores tangibles e intangibles, inmersos en cada una de las decisiones que se toman para invertir el dinero en las diferentes opciones que se puedan presentar, de allí, la importancia de las técnicas y modelos de la matemáticas financieras en la toma de las decisiones, ya que cada una de ellas afectará lo que se realizará en un tiempo futuro, por eso, las cantidades usadas en la matemáticas financieras son las mejores predicciones de lo que se espera que suceda.

No hay que olvidar que en todo proceso de toma de decisión siempre aparece el interrogante de tipo económico, debido a lo que espera toda organización o persona es la optimización de los recursos con que se cuenta.

Cuando se busca la solución que optimice los recursos con que se cuentan generalmente hay que abordar las siguientes preguntas claves:

¿Se justifica la realización del proyecto o la inversión?

¿Se puede usar la actual infraestructura de producción para alcanzar el nuevo nivel de producción?

¿El tiempo estipulado para la realización del proyecto es el adecuado?

¿Es recomendable o favorable la inversión económica o socialmente?

¿Cuál de las alternativas planteadas es la mejor para la organización o inversionistas?

Economista Ysbelia Senior

¿Instituciones Financieras?

A medida que el mundo fue evolucionando las personas han buscado la mejor manera de cuidar su dinero, de hacerlo producir, de tenerlo en un lugar seguro y donde pueda ser visto. En vista de estas necesidades comenzaron a salir las diferentes instituciones financieras que además de ofrecer el servicio de cuidar su dinero esta institución ofrece diferentes opciones como: créditos, opciones para la compra de locales, compra de títulos valores, fideicomiso, etc. Como estas instituciones fueron creciendo y la economía en el país presenta muchas variaciones se fundaron instituciones que cumplieran la labor de garantizar el dinero que el cliente otorga al banco. Este tipo de instituciones son las que se van a referir en este trabajo tratándolas de explicar de una manera muy sencilla, estas instituciones son:

Superintendencia de Bancos.

Fondo de Garantía de Depósito y Protección Bancaria (Fogade).

Fondo Monetario Internacional.

Banco Mundial.

EL DINERO

El dinero es un bien convencionalmente aceptado como medio de pago en la compra de bienes y servicios de toda clase, permite realizar y llevar a buen término las operaciones de intercambio, entre compradores y vendedores; por otro lado, puede considerarse como definiciones del dinero las siguientes (<http://www.economia.so/2013/10/dinero>, 2013):

- 1-Es el elemento comúnmente aceptado en el mercado de bienes y servicios.
- 2-Cualquier bien, ampliamente aceptado, que sirve como medio de pago y como medida y reserva de valor.

USOS DEL DINERO

Como medio de pago, el dinero es aceptado a cambio de bienes y servicios, y da a su poseedor el poder de compra a su vez otros bienes y servicios. Como medida de valor, el dinero permite la comparación entre todos los bienes y servicios, y relaciona cada uno de ellos con los demás.

INVERSIÓN

En términos generales la Inversión es el empleo productivo de bienes económicos, que da como resultado una magnitud de este mayor que la empleada; es decir: la inversión económica es el crecimiento del dinero, tomando a este como bien económico.

Por otro lado, la Inversión es: En el contexto empresarial, la inversión es el acto mediante el cual se invierten ciertos bienes con el ánimo de obtener unos ingresos o rentas a lo largo del tiempo; la inversión se refiere al empleo de un capital en algún tipo de actividad o negocio, con el objetivo de incrementarlo.

Economista Ysbelia Senior

Dicho de otra manera, consiste en renunciar a un consumo actual y cierto, a cambio de obtener unos beneficios futuros y distribuidos en el tiempo. (MASSÉ, 1963).

UNIDAD II

TEORÍA GENERAL DE INTERÉS SIMPLE

Concepto.

El Interés simple, es una transacción financiera en la cual, el Capital o Principal es prestado o invertido en un plazo relativamente corto, normalmente menor a un año. En este tipo de transacciones financieras, el costo del dinero en inversión o en préstamo, es decir el interés, se lo paga al dueño del mismo, una sola vez. En la mayoría de las ocasiones, al final del plazo, o en algunos casos, al inicio del mismo.

Nomenclatura.

El valor del interés, en este tipo de transacciones, está en función del capital en juego, del plazo o tiempo de la transacción, y de la tasa de interés vigente en el mercado financiero.

Sean:

I: Interés simple.

C: Capital.

i: Tasa de interés o rédito.

t: Tiempo o plazo de la inversión.

Fórmulas.

Interés = Capital x Tasa de interés x Número de períodos

La notación puede variar entre autor y autor: Por ejemplo:

Villalobos (2003) cita $I = C \cdot i \cdot n$ ó $I = (C \cdot i \cdot n)$,

Pastor, (1999) refiere $I = P \cdot i \cdot n$

Lo importante es el significado de cada variable, por lo que utilizaremos la siguiente fórmula:

$$I = P \cdot i \cdot n$$

Donde:

I= interés ganado

P= capital

S= Valor futuro

i= tasa de interés

n= plazo

De la fórmula anterior, se pueden despejar las variables que se requieran conocer. Ejemplo de ello, para el capital prestado será necesario despejar de la fórmula de interés simple.

Economista Ysbelia Senior

El capital (P): $P = I / (i \cdot n)$

La tasa de interés $i = I / (P \cdot n)$

El período $n = I / (P \cdot i)$

$I = S - P$ $S = C (1 + i \cdot n)$

$S = I + P$ $P = S (1 + i \cdot n)^{-1}$

$P = S - I$

Interés simple exacto y ordinario. Redondeo, conversiones de tasas y plazos, a una misma unidad de tiempo.

Es importante hacer un paréntesis en este punto para explicar, que es muy común que las operaciones comerciales y financieras estén determinadas en fechas y no en meses o años. Por lo que, si vamos a realizar una de estas operaciones tenemos que convertir el plazo (n) en los días que se determinen. (360 INTERÉS ORDINARIO y 365 INTERÉS EXACTO).

Para esto debemos dividir los días que identificaremos con la letra (t) aplicando la

Es aquel que se calcula considerando el año de 360 días. El mes comercial de 30 días. La utilización del año con 360 días simplifica algunos cálculos. Sin embargo aumenta el interés cobrado por el acreedor.

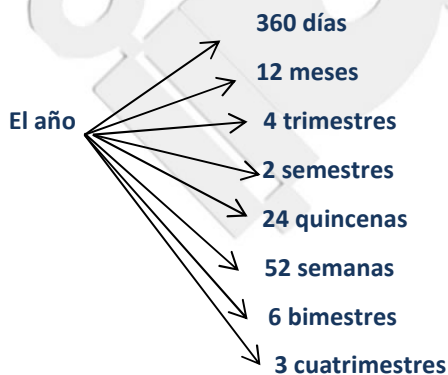
Interés simple real o exacto.- (o Matemático)

Es el que se calcula considerando un año calendario con 365 días o 366 días si se trata de un año bisiesto.

Ejemplo 18: Determinar el interés ordinario y exacto sobre \$ 5.000 al 6% durante 50 días.

Datos	interés simple ordinario	interés simple exacto
$C_0 = 5.000$	$I = C_0 \cdot n \cdot i$	$I = C_0 \cdot n \cdot i$
$n = 50$ Días	$I = 5.000 \times 50 \times 0,06/360$	$I = 5.000 \times 50 \times 0,06/365$
$i = 6\%$	$I = 41,67$ \$	$I = 41,09$ \$

En las operaciones de matemática financiera tenemos que tomar en cuenta las conversiones del tiempo en una misma unidad de tiempo aquí detallaremos como está conformado el tiempo y las conversiones correspondientes.



A través de una regla de tres simple se realiza la conversión de la unidad del tiempo

Si se va a transformar de meses a trimestre se realiza de la siguiente manera

Economista Ysbelia Senior

Convertir cinco meses a trimestre

Se procede a realizar 12 meses — 4 trimestres
 5 meses — X

$$X = \frac{5 \times 4}{12}$$

X = 1,66 trimestres

De años a meses Si en un problema a resolver a interés simple, el tiempo se da en años y se desea convertir a meses, debe realizarse una de estas conversiones:

a. Años exactos: Si el número de años es exacto, se debe multiplicar el número de años por 12. Ejemplo: Convertir 2 años a meses = $2 \times 12 = 24$ meses.

b. Años inexactos: Si el tiempo aparece en forma de años inexactos, es decir, en forma de entero y decimal, también se multiplica éste por 12.

Ejemplo: Convertir 1,4 años a meses $1,4 \times 12 = 16,8$ meses c. Años y meses: Si el tiempo aparece en años y meses, la conversión se hace así: Número de años por 12, más los meses adicionales. Ejemplo: Convertir 1 año y 7 meses a meses. En este caso se dice $1 \times 12 = 12 + 7 = 19$ meses.

Cálculos de Interés. Capital, Monto, Tasa, Tiempo.

Cuando una persona utiliza un bien que no es de su propiedad; generalmente deba pagar un dinero por el uso de ese bien; por ejemplo se paga un alquiler al habitar un apartamento o vivienda que no es de nuestra propiedad. De la misma manera cuando se pide prestado dinero se paga una renta por la utilización de esos dinero, En este caso la renta recibe el nombre de interés o intereses.

En otras palabras se podría definir el interés, como la renta o los réditos que hay que pagar por el uso del dinero prestado. También se puede decir que el interés es el rendimiento que se tiene al invertir en forma productiva el dinero, el interés tiene como símbolo I. En concreto, el interés se puede mirar desde dos puntos de vista.

1- Como costo de capital: cuando se refiere al interés que se paga por el uso del dinero prestado.

2- Como rentabilidad o tasa de retorno: cuando se refiere al interés obtenido en una inversión.

Usualmente el interés se mide por el incremento entre la suma original invertida o tomada en préstamo (P) y el monto o valor final acumulado o pagado.

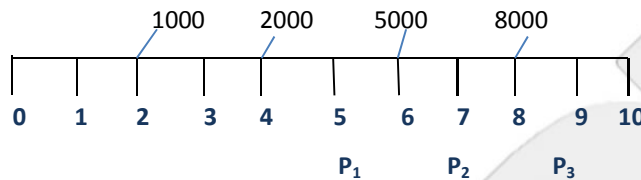
La tasa de interés mide el valor de los intereses en porcentaje para un período de tiempo determinado. Es el valor que se fija en la unidad de tiempo a cada cien unidades monetarias (\$100) que se invierten o se toman en calidad de préstamo, por ejemplo, se dice.: 25% anual, 15% semestral, 9 % trimestral, 3% mensual.

Cuando se fija el 25% anual, significa que por cada cien pesos que se inviertan o se prestan se generaran de intereses \$ 25 cada año, si tasa de interés es 15% semestral, entonces por cada cien pesos se recibirán o se pagaran \$ 15 cada seis meses, si la tasa es 9% trimestral se recibirán o se pagaran \$ 9 de manera trimestral, y si la tasa es del 3%

mensual, se recibirán o se pagaran \$ 3 cada mes. La tasa de interés puede depender de la oferta monetaria, las necesidades, la inflación, las políticas del gobierno, etc. Es un indicador muy importante en la economía de un país, porque le coloca valor al dinero en el tiempo.

Ejercicios resueltos

1- Una deuda vence en el mes de febrero por la cantidad de Bs. 1.000, otra por la cantidad de bolívares 2.000 que vence en el mes de abril, la tercera por la cantidad de Bs. 5.000 que vence en el mes de Junio y la cuarta por Bs 8.000 que vence en el mes de agosto, se aplica una tasa de entres del 14% semestral. Cancela mediante tres pagos iguales que vence el primero en el mes de mayo, el segundo vence en el mes de julio y el tercer vence en el mes de septiembre. Determine el monto de los pagos



$i = 14\% = 14/100 = 0,14$ semestral

Se utiliza la fórmula del valor futuro, ya que se van a capitalizar los valores

$S = P(1+ix)^n$ se convierte el tiempo $12\text{ m} \text{ ---- } 2 \text{ semestre}$
 $2\text{ m} \text{ ---- } x$

$X = 2 \times 2 / 12$

$X = 0,33$

Solución del problema

$1000(1+0,14 \times 0,33) + 2000(1+0,14 \times 0,66) + 5000(1+0,14 \times 1) + 8000(1+0,14 \times 1,33) = P_1(1+0,14 \times 0,83) + P_2(1+0,14 \times 1,16) + P_3(1+0,14 \times 3)$

$1.046,20 + 2.184,80 + 5.700 + 9.489,60 = 1,11P_1 + 1,16P_2 + 1,42P_3$

18.420,40 = 3,69P

P = 18420,40 / 3,69

P = 4.991,97 Bs.

2- Dos personas invierten en una sociedad aportando el primero la cantidad de 300000 Bs y su ganancia neta equivale al 30% de su valor acumulado, el segundo acumulo l cantidad de 400000 bolívares y su ganancia neta equivale al 25% de su valor presente, El primero se retira al año de iniciada la inversión y el segundo se retira a los dos años. Calcule la tasa de interés trimestral para el primer inversionista y tasa semestral para el segundo, valor acumulador para el primero y valor presente para el segundo.

$C_1 = 300000$

Economista Ysbelia Senior

$I_1 = 0,30 S_1$
 $S_2 = 400000$
 $I_2 = 0,25 C_2$
 $n_1 = 1 \text{ año} = 4 T$
 $n_2 = 2 \text{ años} = 4 S$
 Calcular
 $i_1 = ?$ Trimest
 $i_2 = ?$ Semest
 $S_1 = ?$
 $P_2 = ?$

Calculo para el primer inversionista

Lo primero que se hace es buscar el valor acumulado

$S_1 = I_1 + P_1$ $I_1 = 0,30 S_1$
 $S_1 = 0,30 S_1 + 300000$ $I_1 = 0,30(428571,42)$
 $S_1 - 0,30S_1 = 300000$ $S_1 = 128571,42 \text{ Bs}$
 $0,70S_1 = 300000$ Ahora calculamos tasa de interés
 $S_1 = 300000 / 0,70$ $i_1 = I / (P \times n)$
 $S_1 = 428571,42 \text{ Bs}$ $i_1 = 128571,42 / (300000 \times 4) \rightarrow i_1 = 0,107 \text{ trimestral}$

Realizamos los cálculos del Segundo inversionista

En este caso se utiliza de manera directa la fórmula de la tasa de interés

$i_2 = I / (P \times n)$
 $i_2 = 0,25C_2 / C_2 \times 4$ donde C_2 se elimina y queda
 $i_2 = 0,25 / 4 = 0,0625$

Ahora calculamos el valor acumulado

$C_2 = S_2 (1 + i \times n)$
 $C_2 = 400000 (1 + 0,0625 \times 4)^{-1}$
 $C_2 = 320000$

3- Dos personas invierten en una sociedad generando un capital total de 1.200.000, el primer socio acumulo la cantidad de 1.000.000 y el segundo acumulo la cantidad de 2.000.000. Ambos socios se retiran en la misma fecha y se aplicó una tasa del 8% quincenal. Calcular fecha de vencimiento y valor presente para cada socio.

$C_1 = 1.200.000$
 $S_1 = 1.000.000$

Economista Ysbelia Senior

$$S_2=2.000.000$$

$$i= 8\% \text{ quincenal} = 8/100=0,08$$

$$n_t=?$$

$$C_1=?$$

$$C_2=?$$

Lo primero que se hace es buscar el valor acumulado total para poder realizar las operaciones

$$S_t= S_1+S_2$$

$$S_t= 1.000.000+2.000.000$$

$$S_t= 3.000.000$$

Ahora calculamos el valor de la ganancia neta

$$I_t= S_t-C_t$$

$$I_t= 3.000.000-1.200.000$$

$$I_t= 1.800.000 \text{ procedemos a calcular la tasa de interés}$$

$$n_t= I_t/ (C_t \times i_t)$$

$$n_t= 1.800.000/ (1.200.000 \times 0,08)$$

$$n_t= 18,75 \text{ quincenas}$$

Ejercicios propuestos de interés simple

- 1- Una deuda de 5500 vence en el mes de enero, otra por la cantidad de 6500 vence en el mes de mayo, la tercera por 7600 vence en el mes de agosto. Cancela mediante tres pagos iguales uno en el mes de julio, otro en el mes de septiembre y el tercero en el mes de octubre, con una tasa de interes del 12% semestral. Determine el monto de los pagos.
- 2- Dos personas invierten en una sociedad generando un capital total de 3.200.000, el primer socio acumulo la cantidad de 2.000.000 y el segundo acumulo la cantidad de 3.000.000. Ambos socios se retiran en la misma fecha y se aplicó una tasa del 8% trimestral. Calcular fecha de vencimiento y valor presente para cada socio.
- 3- Dos personas invierten en una sociedad el primero aporto la cantidad de 500.000 y su ganancia neta equivale a la tercera parte del valor acumulado. El segundo acumulo la cantidad de 800.000 y su ganancia neta equivale a la sexta parte de su valor presente. El primero se retira en un año y el segundo se retira a los nueve meses. Determine: Tasa de interés semanal para cada socio y valor acumulado del primero y valor presente del segundo.
- 4- Una deuda vence en el mes de febrero, la segunda vence en el mes de abril y la tercera vence en el mes de junio. Cancela mediante un pago único de 100.000 en el mes de agosto con una tasa del 16% quincenal. Determine el monto de las deudas.
- 5- Se tiene una deuda la cual vence en el mes de febrero por la cantidad de Bolívares 5000, otra que vence en el mes de Mayo por la cantidad de Bs. 8000, la tercera por la cantidad de Bs 15.000 y vence en el mes de Julio, la cuarta por

la cantidad de Bs. 16.000 y vence en el mes de Octubre. Cancela mediante tres pagos iguales y consecutivos realizando el primero en el mes de septiembre, con una tasa de interés del 14% trimestral. Determine el monto de los pagos.

6- Dos personas inician una sociedad aportando el primero la cantidad de Bs. 150.000 y su ganancia neta equivale al treinta por ciento de su valor acumulado, el segundo socio acumulo la cantidad de Bs. 250.000 y su ganancia neta equivale al 28% de su valor presente. El primero se retira a los diez meses de iniciada la inversión y el segundo se retira a los quince meses.

Determine: valor acumulado del primero, valor presente del segundo, tasa de interés trimestral para el primero y tasa de interés anual para el segundo.

7- Dos personas formaron una sociedad con un capital aportado de 5.500.000 el primer socio y su ganancia neta equivale a cuarta parte de su saldo acumulado. El segundo acumulo la cantidad de Bs. 2.000.000 y su ganancia neta equivale a la octava parte de su valor presente Al final de tres años y medio se retira el primero socio y el segundo un trimestre después del primero. Determinar el valor acumulado para el primero y valor presente para el segundo y la tasa de interés semestral percibida por el primer socio y tasa trimestral para el segundo por su inversión.

8- Una persona debe Bs. 6.000.000 con vencimiento en tres meses y medio, 3.000.000 con vencimiento en 10 meses y 1.800.000 con vencimiento en 11 meses. Desea cancelar sus deudas mediante cuatro pagos iguales y consecutivos partiendo el primero del mes de junio. Determinar el importe del pago suponiendo un rendimiento del 6% bimestral.

9- Dos personas formaron una sociedad con un capital aportado de 1.500.000 el primer socio y su ganancia neta equivale a cuarta parte de su saldo acumulado. El segundo acumulo la cantidad de Bs. 2.000.000 y su ganancia neta equivale a la octava parte de su valor presente Al final de un año y medio se retira el primero socio y el segundo un bimestre después del primero. Determinar el valor acumulado para el primero y valor presente para el segundo y la tasa de interés semestral percibida por el primer socio y tasa trimestral para el segundo por su inversión.

10- Una persona debe Bs. 6.000.000 con vencimiento en tres meses y medio, 3.000.000 con vencimiento en 11 meses y 1.800.000 con vencimiento en 15 meses. Desea cancelar sus deudas mediante cuatro pagos iguales y consecutivos partiendo el primero del mes de junio. Determinar el importe del pago suponiendo un rendimiento del 16% trimestral.

11- Dos personas formaron una sociedad con un capital aportado de 2.500.000 el primer socio y su ganancia neta equivale a cuarta parte de su saldo acumulado. El segundo acumulo la cantidad de Bs. 2.000.000 y su ganancia neta equivale a la octava parte de su valor presente Al final de medio año se retira el primero socio y el segundo dos semestres después del primero. Determinar el valor acumulado para el primero y valor presente para el segundo y la tasa de interés semestral percibida por el primer socio y tasa trimestral para el segundo por su inversión.

12- Una persona debe Bs. 4.000.000 con vencimiento en cuatro meses y medio, 3.000.000 con vencimiento en 10 meses y 1.800.000 con vencimiento en 14 meses. Desea cancelar sus deudas mediante cuatro pagos iguales y

consecutivos partiendo el primero del mes de junio. Determinar el importe del pago suponiendo un rendimiento del 16% quincenal.

Descuento simple

Concepto, Nomenclatura, Fórmulas.

El descuento comercial o bancario es un instrumento de financiación bancaria a corto plazo, utilizado principalmente por las empresas, y ofrecido como servicios por parte de las entidades financieras.

A través del descuento comercial o bancario, una entidad financiera (banco, caja o entidad de crédito) anticipa a un cliente el importe de un crédito que aún no ha vencido y que generalmente es el resultado de la venta de bienes, suministros o servicios a un tercero. La entidad financiera será entonces la encargada de realizar la gestión de los cobros del valor nominal de dicho crédito al cliente de la empresa; si bien, dicha entidad no asume el riesgo de impago por parte del deudor.

En estas transacciones se cede a una entidad financiera una porción de los derechos de cobro futuros (aún no vencidos) de la empresa, que deben estar debidamente documentados a través de letras de cambio, pagares, facturas o recibos. Y la entidad financiera a cambio, realiza un adelanto o anticipo por el valor nominal del derecho de cobro menos los gastos de gestión y los intereses que se generen en la operación.

La entidad financiera cobra intereses, por el tiempo que media entre la fecha en que se anticipa al cedente el valor de los derechos de cobro y la fecha de vencimiento de dicho derecho. La comisión incluye la remuneración del servicio de gestión de cobro y en parte un coste financiero adicional al interés, lo cual depende de las condiciones contractuales.

La entidad financiera no asume el riesgo de impago, es decir, si finalmente el deudor no paga dichas facturas, el coste es asumido por el cliente. En caso de que el tercero, cliente de la empresa, no realice los correspondientes pagos, la entidad financiera cargará al cedente de la deuda, el nominal del crédito más una comisión.

La característica principal de este descuento, que lo hace diferente del descuento simple y del descuento compuesto, es que en este caso se cobran los intereses por adelantado sobre el valor nominal de la operación. Su amplia difusión en el uso y costumbre de las relaciones comerciales lleva a que, salvo que expresamente se indique lo contrario, cuando se habla de descuento se entiende que es el bancario. Esta modalidad de descuento es la utilizada en las operaciones comerciales, entre las que se encuentran el denominado descuento de papel comercial, o efectos comerciales, (letras, pagarés, etc.) en las entidades financieras.

En estas operaciones los descuentos de un periodo cualquiera son proporcionales a la duración del periodo y al capital nominal a descontar. Desde el punto de vista de su formalización, la empresa interesada en descontar la promesa de pago recibida por un deudor y formalizada en un efecto comercial, acuerda con una entidad financiera que ésta le anticipe una parte del importe de los créditos, comerciales o no y se encargue de la gestión de cobro a su vencimiento. A cambio del anticipo y de la gestión de cobro, la entidad financiera cobra, por adelantado, los intereses y comisiones pactados de antemano, y que se restan de la cantidad anticipada.

La entidad financiera no tiene la obligación de aceptar todos los efectos que se le presenten al descuento, pudiéndose negar a aceptar aquellos que estime oportunos. Es habitual que la entidad financiera solicite avales o garantías, de la compañía, de sus socios o de partes relacionadas, suficientes para cubrir el importe de la línea de descuento concedida.

Las empresas suelen demandar este tipo de productos financieros con el objetivo fundamental de financiar el capital circulante, ya que permiten obtener liquidez inmediata de las ventas aplazadas a los clientes, sin tener que esperar al vencimiento de los créditos. Otra de las ventajas que tienen los descuentos comerciales o bancarios para las empresas, es que eliminan los costes administrativos derivados de la gestión de los cobros, pues éstos pasan a ser una gestión que desarrolla la entidad financiera. Para la entidad financiera resulta atractivo este tipo de operaciones puesto que al ofrecer los descuentos bancarios el riesgo que se genera para ella es indirecto.

Diferencias con el Interés Simple.

El descuento es una modalidad de interés simple. La diferencia radica en que el interés simple, por lo general, se paga vencido, en tanto que el descuento se produce anticipado. En el mercado financiero operan tres tipos de descuentos: comercial, racional o simple y compuesto. En este aparte se trabajarán los dos primeros, el último se tratará con el interés compuesto.

En el descuento, el tiempo corresponde al tiempo anticipado en el que se paga la obligación y, al igual que en el interés simple, debe estar en la misma unidad de medida que la tasa de descuento, es decir, si la tasa está en meses, el tiempo también; si por el contrario está en años, el tiempo también debe estar en años.

Descuento Simple Comercial y Descuento racional.

Según el título de crédito presentado a descuento, distinguimos:

Descuento bancario. Cuando el título es una letra de cambio.

Descuento comercial. Cuando las letras proceden de una venta o de una prestación de servicios que constituyen la actividad habitual del cedente. Es aquel que se calcula sobre el valor nominal de un documento y siempre se paga antes de su vencimiento. Descuento financiero. Cuando las letras son la instrumentalización de un préstamo concedido por el banco a su cliente.

Descuento no cambiario, cuando se trata de cualquier otro derecho de cobro (pagarés, certificaciones de obra, facturas, recibos).

Conversión de tasa de descuento a tasa de interés simple.

Tasa nominal: Es la tasa que rige durante el lapso que dure la operación. Por ejemplo una tasa anual convertible semestralmente también se le conoce como TIN por sus siglas "Tasa de interés nominal"

Tasa efectiva: Como su nombre lo dice es la tasa que efectivamente se ganó, en otras palabras, es la tasa anual convertible anualmente también se le conoce como TAE por sus siglas "Tasa anual equivalente"

Tasas equivalentes: Son aquellas que producen el mismo interés compuesto.

Economista Ysbelia Senior

Entendiendo lo anterior, convertir una tasa significa encontrar la tasa efectiva cuando tenemos una tasa nominal, o viceversa, encontrar la tasa nominal con una tasa efectiva, a estas dos tasas se llaman tasas equivalentes ya que las dos producen el mismo interés compuesto.

Cuál es la tasa efectiva de una tasa del 15% anual convertible mensualmente. Supongamos una inversión de \$100

$$100(1+0,15/12)^{12} = 116.075$$

$$116.075-100= 16.075$$

$$16.075/100 = 0,16075$$

$$16,075\%$$

Esto quiere decir que una tasa anual convertible mensualmente del 15% (tasa nominal) es equivalente a una tasa anual del 16.075% (tasa efectiva).

Aquí mencionaremos las fórmulas que se utilizaran para el cálculo del descuento simple

D= descuento	$D= S*d*n$	$S= D+P$
P= capital	$d= D/(S*n)$	$P= S-D$
S=Valor nominal	$n= D/(S*d)$	$P=S (1-d*n)$
d= tasa de descuento	$D= S-P$	$S= P (1-d*n)^{-1}$

n= tiempo

Cálculos de valor presente, valor futuro, descuento, tasa de descuento y tiempo.

Ejemplo de ejercicio de descuento

1- Que tasa de descuento bimestral se aplicó a un documento cuyo valor nominal es de 770.000 Bs. Se le descontó la tercera parte del mismo y vence en cuatro meses.

Solución:

$$d=? \quad 12 \text{-----} 6 \text{ bimestre}$$

$$S=770.000 \quad 4 \text{-----} X$$

$$D=1/3 S = 1/3(770.000)= 256.666,66 \quad X= 4x6/12$$

$$N= 4 \text{ meses}= 2 \quad X= 2$$

$$d= D/(S*n)$$

$$d= 256.666,66/ (770.000*2)$$

$$d= 0,166 \text{ bimestral}$$

2- Un comerciante negocio dos giros cuyos vencimientos presentan la misma fecha y una tasa de descuento del 16% mensual. Por el primero le entregaron la cantidad de 220.000 y por el segundo le entregaron 610.000 y el descuento total de ambos suma 300.000. Determine la fecha de vencimiento y los valores nominales de cada giro.

$$d=16\%=16/100= 0,16$$

P₁= 220.000 Primero buscamos el valor presente total

$P_2 = 610.000$	$P_t = P_1 + P_2$	$S_t = D + P_t$
$D = 300.000$	$P_t = 220.000 + 610.000$	$S_t = 300.000 + 830.000$
$n = ?$	$P_t = 830.000$	$S_t = 1.130.000$
$S_1 = ?$		
$S_2 = ?$	Ahora buscamos n	Luego buscamos los valores nominales individuales

$n = D / (S * d)$	$S_1 = P_1 (1 - d * n)^{-1}$	$S_2 = P_2 (1 - d * n)^{-1}$
$n = 300.000 / (1.130.000 * 0,16)$	$S_1 = 220.000 (1 - 0,16 * 1,65)^{-1}$	$S_2 = 610.000 (1 - 0,16 * 1,65)^{-1}$
$n = 1,65$ meses	$S_1 = 298.913,04$	$S_2 = 828.804,34$

Ejercicios Propuestos

- 1- Que tasa de descuento bimestral se aplicó a un documento cuyo valor nominal es de 970.000 Bs. Se le descontó la cuarta parte del mismo y vence en cuatro meses.
- 2- Un comerciante negocio dos giros cuyos vencimientos presentan la misma fecha y una tasa de descuento del 16% mensual. Por el primero le entregaron la cantidad de 420.000 y por el segundo le entregaron 810.000 y el descuento total de ambos suma 400.000. Determine la fecha de vencimiento y los valores nominales de cada giro.
- 3- Que tasa de descuento quincenal se aplicó a un documento cuyo valor nominal es de 750.000, se le descontó la quinta parte del mismo y vence en mes y medio.
- 4- Un comerciante posee dos documentos, por el primero le entregaron 5.600.00 y vence en siete meses y medio, su descuento equivale al 20% de su valor nominal. Por el segundo le entregaron la cantidad de 2.400.000 se le aplico una tasa de descuento del 10% trimestral y su descuento equivale al 80% de su valor nominal. Calcular: tasa de descuento para el primero documento, tiempo de vencimiento del segundo y valor nominal de cada giro.
- 5- Un documento cuyo valor nominal es de 850.000, se le descontó la quinta parte del mismo, vence en nueve meses. Calcular tasa de descuento trimestral y en cuanto tiempo el descuento se pudo duplicar.
- 6- El descuento total aplicado a un par de documentos es de 5.000.000. El monto entregado por el primero equivale al 25% de su valor nominal, el monto entregado por el segundo equivale al 50% de su valor nominal. Si ambos documentos vencen en 180 días. Calcular: tasa trimestral aplicada a ambos documentos y valor nominal de cada documento.
- 7- Que tasa de descuento quincenal se aplicó a un giro cuyo valor nominal es de 615.000, vence en ocho meses y se le descontó la tercera parte de su valor nominal.
- 8- Un comerciante llevo al descuento dos giros cuyos vencimientos está previsto para la misma fecha. Por el primero le entregaron la cantidad de 560.000 y por el segundo le entregaron 970.000. El descuento de ambos suma 710.000 a una tasa del 17% mensual. Calcular: fecha de vencimiento de los giros y el valor nominal de cada giro.

Economista Ysbelia Senior

UNIDAD III

INTERÉS COMPUESTO

Concepto, Nomenclatura, Fórmulas.

El interés compuesto, es un sistema que capitaliza los intereses, por lo tanto, hace que el valor que se paga por concepto de intereses se incremente mes a mes, puesto que la base para el cálculo del interés se incrementa cada vez que se liquidan los respectivos intereses. El interés compuesto es aplicado en el sistema financiero; se utiliza en todos los créditos que hacen los bancos sin importar su modalidad. La razón de la existencia de este sistema, se debe al supuesto de la reinversión de los intereses por parte del prestamista.

Es aquel en el cual el capital cambia al final de cada periodo, debido a que los intereses se adicionan al capital para formar un nuevo capital denominado monto y sobre este monto volver a calcular intereses, es decir, hay capitalización de los intereses. En otras palabras se podría definir como la operación financiera en la cual el capital aumenta al final de cada periodo por la suma de los intereses vencidos. La suma total obtenida al final se conoce con el nombre de monto compuesto o valor futuro. A la diferencia entre el monto compuesto y el capital original se le denomina interés compuesto.

Diferencia con el interés simple.

La diferencia entre el interés simple e interés compuesto, se hará a partir del siguiente ejemplo.

Suponga que se una persona invierte \$ 1.000 a un interés del 2.5% mensual durante 12 meses, al final de los cuales espera obtener el capital principal y los intereses obtenidos. Suponer que no existen retiros intermedios. Calcular la suma final recuperada.

Periodo	Capital inicial o presente		Intereses		Monto final o futuro	
	Simple	Compuesto	Simple	Compuesto	Simple	Compuesto
1	1.000	1.000,00	25	25,00	1.025	1.025,00
2	1.000	1.025,00	25	25,63	1.050	1.050,63
3	1.000	1.050,63	25	26,27	1.075	1.076,90
4	1.000	1.076,90	25	26,92	1.100	1.103,82
5	1.000	1.103,82	25	27,59	1.125	1.131,41
6	1.000	1.131,41	25	28,29	1.150	1.159,70
7	1.000	1.159,70	25	28,99	1.175	1.188,69
8	1.000	1.188,69	25	29,72	1.200	1.218,41
9	1.000	1.218,41	25	30,46	1.225	1.248,87
10	1.000	1.248,87	25	31,22	1.250	1.280,09
11	1.000	1.280,09	25	32,00	1.275	1.312,09
12	1.000	1.312,09	25	32,80	1.300	1.344,89

En la tabla se observa que el monto a interés simple crece en forma aritmética y su gráfica es una línea recta. Sus incrementos son constantes y el interés es igual en cada periodo de tiempo. El monto a interés compuesto, en cambio, crece en forma geométrica y su gráfica corresponde a la de una función exponencial. Sus incrementos son

variables. Cada periodo presenta un incremento mayor al del periodo anterior. Su ecuación es la de una línea curva que asciende a velocidad cada vez mayor. En el diagrama anterior se puede observar que los flujos ubicados en el periodo 3, 5 y n-2, son valores futuros con respecto al periodo 1 o 2, pero serán presente con respecto a los periodos n-1 o n.

Tasa equivalentes en función de la tasa efectiva.

Dos tasas son equivalentes cuando operando de manera diferente arrojan el mismo resultado. Una tasa puede operar en forma vencida y otra en forma anticipada, o una puede capitalizar en forma mensual y la otra semestral, o una en forma trimestral y la otra en forma anual.

Los escenarios que se presentan desde lo vencido, cuando se da una tasa y se pretende hallar otra tasa equivalente son los siguientes:

Escenario para hallar	Escenario dado
Nominal	Nominal
Nominal Efectivo	Nominal Efectivo
Efectivo	Efectivo
Efectivo Nominal	Efectivo Nominal
Nominal	Nominal

Periodos de conversión fraccionarios.

En las operaciones de interés compuesto se da el caso de que los periodos a convertir no están en una unidad de tiempo exacto, en ese caso se buscara la conversión necesaria para realizar dicha operación.

Existen dos formas las que utilizaremos para la resolución.

Ejemplo 5: Calcule el valor final de un capital de \$ 5000 a interés compuesto durante 18 meses a 15 días a la tasa de interés del 18% capitalizaba mensualmente.

Datos:

Co = 5 000
 n = 18 meses- 15 días – 18,5 meses
 i = 18% capitalizable mensualmente
 Cn = ?

Solucion:

a) PRIMERA FORMA	b) SEGUNDA FORMA: 18 meses a i_c y 15 días a i_s	
$C_n = C_o (1 + i)^n$	$C_n = C_o (1 + i)^n$	$C_n = C_o (1 + n \times i)$
$C_n = 5\,000 (1 + 0,18/12)^{18,3}$	$C_n = 5000(1 + 0,18 /12)^{18}$	$C_n = 6536,70(1 + 15 \times 0,18/360)$
$C_n = 5000 \times 1,313193043$	$C_n = 5000 \times 1,307340636$	$C_n = 6536,70 \times 1,0075$
$C_n = 6585,54 \$$	$C_n = 6.536,70 \$$	$C_n = 6585,72 \$$

Cálculos de valor presente, Valor futuro, Tasa, Tiempo, Interés.

Para las operaciones daremos la nomenclatura correspondiente para la realización de los ejercicios

Economista Ysbelia Senior

Cn = valor futuro o M

Formulas a usar:

Co = valor presente o C

$M=C (1+i)^n$ para capitalizar y $C=M (1+i)^{-n}$ para actualizar

n= tiempo

De estas dos fórmulas realizaremos los despejes correspondientes para calcular el

i= tasa de interés

tiempo y la tasa de interés.

Para calcular el tiempo se aplicara logaritmo de base 10 ya que el tiempo se encuentra de exponente

$$M=C (1+i)^n$$

Se despeja el valor de C

$$M / C = (1+i)^n \text{ aplicamos logaritmo en ambos términos}$$

$$\text{Log } M/C = \text{Log } (1+i)^n$$

Al aplicar logaritmo el exponente baja multiplicando a la expresión

Log M/C = n Log (1+i) aplicando las propiedades de los logaritmos nos queda

$$\text{Log } M - \text{Log } C = n \text{Log } (1+i)$$

$$\text{Donde } n = (\text{Log } M - \text{Log } C) / \text{Log } (1+i)$$

Para calcular la tasa de interés tomamos la misma fórmula de capitalización

$$M=C (1+i)^n$$

Despejamos la C y nos queda

$M/C = (1+i)^n$ matemáticamente para lograr despejar la i que se encuentra dentro de un exponente aplicaremos en ambos miembros la raíz enésima.

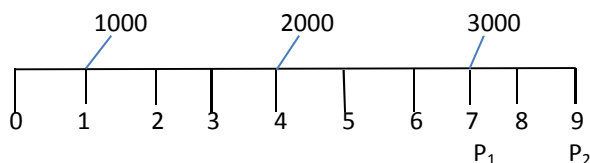
$$\sqrt[n]{M/C} = \sqrt[n]{(1+i)^n} \text{ donde la raíz enésima se elimina por la elevación que presenta la formula dentro de la raíz.}$$

Dónde:

$$(1+i) = \sqrt[n]{M/C} \quad \text{Ahora } i = \sqrt[n]{M/C} - 1$$

Ejercicios resueltos

1- Una deuda vence en el mes de enero por la cantidad de Bs.1000, otra que vence en el mes de abril por la cantidad de Bs. 2000, la tercera que vence en el mes de julio por la cantidad de B. 3000. Cancelan sus deudas mediante dos pagos uno en el mes de agosto y el segundo en el mes de septiembre con una tasa de interés de 15% convertible semestralmente. Determine el monto de los pagos.



$$i = 15/100 = 0.15/2 = 0.075 \quad 12 \text{-----} 2 \text{ semestres}$$

$$M = C(1+i)^n \quad 1 \text{-----} x \text{ donde } X = 1 \times 2/12 \quad x = 0.16$$

$$1000(1+0.075)^{0.16} + 2000(1+0.075)^{0.66} + 3000(1+0.075)^{1.16} = P_1(1+0.075)^{1.16} + P_2(1+0.075)^{1.5}$$

$$1.011,63 + 2.097,77 + 3.262,53 = 1.08P_1 + 1.11P_2$$

$$6.371,93 = 2.19P$$

$$P = \frac{6.371,93}{2.19}$$

$$P = 2.909,55$$

2- Un capital de Bs. 800000 se coloca a una tasa de interés del 9% convertible trimestralmente generando un valor acumulado o futuro de Bs. 1.200.000, cuanto tiempo duro la operación. Pasado cuatro años se invierte el saldo generando un valor futuro de Bs. 3.000.000 cuál fue la tasa de interés bimestral aplicada.

1era parte

$$C = 800000$$

$$M = 1.200.000$$

$$i = 9\% = 9/100 = 0.09/4 = 0.0225$$

$$n = 18.22 \text{ trimestres}$$

$$n = (\text{Log } M - \text{Log } C) / \text{Log } (1+i)$$

$$n = (\text{Log } 1.200.000 - \text{Log } 800.000) / \text{Log } (1 + 0.0225)$$

$$n = 18.22 \text{ trimestres.}$$

2da parte

$$n = 4 \text{ años} = 4 \times 6 = 24$$

$$C = 1.200.000$$

$$M = 3.000.000$$

$$i = 0.038 \text{ bimestral}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

$$i = \sqrt[24]{\frac{3.000.000}{1.200.000}} - 1$$

$$i = 0.038 \text{ bimestral}$$

Ejercicios Propuestos

1- Una deuda de 5000 vence en el mes de enero, otra que representa la mitad de la primera y vence en marzo, la tercera de 40.000 vence en el mes de julio y la cuarta representa la mitad de la suma de todas las anteriores.

Cancela mediante tres pago iguales y consecutivos realizando el primero en el mes de agosto, con una tasa de interés del 15% convertible semestralmente. Determine el monto de los pagos.

2- Un capital de 660.000 fue colocado a una tasa del 16% convertible semestralmente y el tiempo que duro la operación su monto ascendió a 890.000, cuanto tiempo duro la operación. Pasado un año y cinco meses se invierte el monto acumulado y obtiene un saldo acumulado de 1.200.000, cual es la tasa de interés trimestral.

3- Una deuda vence en el día de hoy, la segunda por 45.000 vence en el mes de mayo, la tercera por 55.000 vence en el mes de agosto. Cancela mediante tres pagos uno de 12.000 en el mes de septiembre, el segundo por 9000 en el mes de octubre y el tercero por 7000 en el mes de noviembre, se aplica una tasa del 16% convertible semestralmente. Determine el monto de la deuda.

4- Un capital de 300.000 se le aplicó una tasa del 8% convertible quincenalmente y su monto ascendió a 900.000 cuanto tiempo duro la operación. Al año y siete meses obtiene un saldo de 1.000.000 que tasa de interés trimestral fue aplicada.

5-Una deuda vence en el segundo semestre por 10,000, la segunda vence en el primer trimestre por 40.000, la tercera vence al año y medio por 45.000 y la cuarta vence en el octavo trimestre. Cancela mediante un pago único en el noveno semestre y se aplicó una tasa de 12% convertible cuatrimestralmente. Determine el monto del pago.

6- Un Capital de 500.000 fue colocado a una tasa de interés compuesto del 10% convertible semestralmente generando un acumulado de 900.000. ¿Cuánto tiempo duro la operación? Pasado año y medio se coloca el saldo con un acumulado de 1.200.000 ¿Que tasa de interés trimestral se aplicó?

7- Determine el tiempo que duro la operación de un capital de 300.000 con una tasa del 15% convertible semanalmente y un saldo de 700.000.

8- Una deuda de 100.000 vence en el tercer trimestre, otra que representa el cuarenta por ciento de la primera y vence en el tercer semestre, la tercera representa el doble de la segunda y vence en el octavo semestre. Cancela sus pagos mediante tres pagos iguales uno en el mes de noviembre, el segundo al año y medio y el tercero en dos años, con una tasa del 14% convertible semanalmente. Determine el monto de los pagos.

Ecuaciones de Valor.

Para las ecuaciones de valores equivalentes debe tomarse en cuenta los mismos pasos que en el interés simple tomando en cuenta las formulas del interés compuesto. En el tema de ecuación de valor esta es una expresión matemática que se utiliza para igualar obligaciones vencidas y por vencerse en una misma fecha y sta es conocida como fecha focal.

Pasos que se debe tomar en cuenta:

- 1° Reconocer cual es la deuda y cuál es el pago
- 2° Elegir una fecha de comparación (fecha focal)
- 3° Llevar las deudas a la fecha focal

Economista Ysbelia Senior

4° Llevar los pagos a la fecha focal

Además:

$$C_n = C_0 (1 + i)^n \quad \text{acumulación} \quad \curvearrowright$$
$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + i)^n} \quad \text{Actualización} \quad \curvearrowleft$$

DEUDAS = PAGOS

C_n es igual que M

C₀ es igual que C

UNIDAD IV

ANUALIDADES CIERTAS ORDINARIAS

Los flujos de caja (pagos) de los créditos comerciales y financieros, normalmente tienen las características de ser iguales y periódicos, estos se denominan anualidades, series uniformes, por ejemplo; son anualidades las cuotas periódicas para pagar período a período un electrodoméstico, de un vehículo, los salarios mensuales, las cuotas de los seguros, los pagos de arrendamientos, entre otros, siempre y cuando, no varíen de valor durante algún tiempo.

En este capítulo, se tratarán las anualidades más comunes y de mayor aplicación en la vida cotidiana. Por lo cual, se calculará el valor presente de una anualidad y su valor futuro, de la misma manera se determinará el valor de la cuota igual y periódica y el número de períodos de la negociación. De la misma manera, se realizará el estudio del estudio de la anualidad conocida como impropia, es decir, aquella en que no todos los pagos son iguales.

Concepto.

Una anualidad es una serie de flujos de cajas iguales o constantes que se realizan a intervalos iguales de tiempo, que no necesariamente son anuales, sino que pueden ser diarios, quincenales o bimensuales, mensuales, bimestrales, trimestrales, cuatrimestrales, semestrales, anuales. Las anualidades se simbolizan con la letra A o R.

El concepto de anualidad, es importante en el área de las finanzas, entre otras consideraciones, porque es el sistema de amortización más utilizado en las instituciones financieras en sus diferentes modalidades de créditos. Además, es muy frecuente que las transacciones comerciales se realicen mediante una serie de pagos hechos a intervalos iguales de tiempo, en vez de un pago único realizado al final del plazo establecido en la negociación.

Es conveniente, antes de seguir con el estudio de las anualidades, tener en cuenta las definiciones de los siguientes términos:

Renta o Pago

Es un pago periódico que se efectúa de manera igual o constante. A la renta también se le conoce con el nombre: cuota, depósito. Cualquiera de estos términos pueden ser utilizados en lugar de anualidad.

Periodo de Renta

Es el tiempo que transcurre entre dos pagos periódicos consecutivos o sucesivos. El periodo de renta puede ser anual, semestral, mensual, etc.

Plazo de una anualidad.

Es el tiempo que transcurre entre el inicio del primer período de pago y el final del último período de pago.

REQUISITOS PARA QUE EXISTA UNA ANUALIDAD

Para que exista una anualidad se debe cumplir con las siguientes condiciones:

- 1- Todos los flujos de caja deben ser iguales o constantes.
- 2- La totalidad de los flujos de caja en un lapso de tiempo determinado deben ser periódicos.
- 3- Todos los flujos de caja son llevados al principio o al final de la serie, a la misma tasa de interés, a un valor equivalente, es decir, a la anualidad debe tener un valor presente y un valor futuro equivalente.
- 4- El número de períodos debe ser igual necesariamente al número de pagos.

Tipos de Anualidades.

Las anualidades según el uso del tiempo se clasifican en ciertas y contingentes.

5.4.1 Anualidades Ciertas

Son aquellas en las cuales los flujos de caja (ingresos o desembolsos) inician y terminan en periodos de tiempos definidos. Por ejemplo, cuando una persona compra en un almacén un electrodoméstico a crédito, se establecen en forma inmediata las fechas de iniciación y terminación de la obligación financiera.

Las anualidades perpetuas o indefinidas, son una variante de las anualidades ciertas.

Los flujos de caja de las anualidades indefinidas comienzan en un periodo específico o determinado y la duración es por tiempo ilimitado.

5.4.2 Anualidades contingentes

Son aquellas en las cuales la fecha del primer flujo de caja, la fecha del último flujo de caja, o ambas depende de algún evento o suceso que se sabe que ocurrirá, pero no se sabe cuándo. El ejemplo más clásico, es el contrato de un seguro de vida, se sabe que hay un beneficiario, al cual hay que realizarle una serie de pagos en un tiempo plenamente definido, pero no se sabe cuándo empezarán, por desconocerse fecha en que morirá el asegurado. Por el alcance que tienen las anualidades contingentes, no serán estudiadas en este libro.

5.4.3 Clasificación de las anualidades según los intereses

Según el uso de los intereses las anualidades se clasifican en anualidades simples y generales.

Anualidades simples

Son aquellas en que el periodo de capitalización de los intereses coincide con el periodo de pago. Por ejemplo, cuando se realizan depósitos trimestrales en una cuenta de cuenta de ahorros intereses capitalizables cada trimestre.

Anualidades Generales

Son aquellas en que el periodo de capitalización de los intereses no coincide con el periodo de pago. Por ejemplo, cuando se realizan depósitos mensuales en una cuenta de ahorro pero los intereses se capitalizan cada bimestre.

Clasificación de las anualidades según el momento de iniciación.

Las anualidades se clasifican según el momento de iniciación en diferidas e inmediatas.

Anualidades diferidas

Son aquellas en las cuales la serie de flujos de caja (Ingresos ó Desembolsos), se dan a partir de un período de gracia. Este se puede dar de dos maneras: a) Período de gracia muerto, b) Período de gracia con cuota reducida.

En el periodo de gracia muerto, no hay abonos a capital, ni pagos de interés, lo que implica que el valor de obligación financiera al final del período de gracia se acumula por efecto de los intereses, incrementándose el saldo de la obligación financiera, por lo tanto, a partir de este nuevo valor se determina el valor de la cuota ó de la anualidad (A) o (R).

En el periodo de gracia con cuota reducida, se hacen pagos de intereses, pero no abono al capital, por lo cual, el valor de la obligación financiera, no cambia por efecto de los intereses, ya que estos se han venido cancelando a través del tiempo, por lo tanto, el valor de la obligación financiera al final del periodo de gracia, es el inicial, y a partir de él, se calcula ó se determina el valor de la cuota ó de la anualidad (A) o (R)

Para el cálculo del valor presente y del valor futuro de una anualidad diferida, se pueden utilizar las expresiones que se demostraran para las anualidades vencidas y anticipadas, posteriormente; sé vera como se pueden adaptar las fórmulas para aplicarlas sobre las anualidades diferidas.

Anualidades inmediatas

Son aquellas en la que serie de flujos de caja (Ingresos ó Desembolsos) no tiene aplazamiento algunos de los flujos, es decir, los flujos se realizan en el periodo inmediato a la firma del contrato o del pagaré.

Clasificación de las anualidades según los pagos

Según los pagos las anualidades pueden ser vencidas u ordinarias y anticipadas.

Anualidades Vencidas

Son aquellas en las que la serie de flujos de caja se realizan al final de cada periodo, por ejemplo, el salario mensual de un trabajador, en general las cuotas mensuales e iguales que se generan en todo tipo de transacciones comerciales, como la compra de vehículos, electrodomésticos, etc.

Anualidades anticipadas

Son aquellas en las que la serie de flujos de caja se realizan al inicio de cada periodo, por ejemplo, el valor del canon de arrendamiento que se cancelan al comienzo de cada periodo.

Terminología

VA =es igual valor presente o C

VF = es igual a valor futuro o M

R = renta

i = tasa de interés

n = tiempo

Fórmulas

$$C = \frac{R [1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$M = \frac{R [(1 + i)^n - 1]}{i}$$

Cálculo del valor futuro y presente.

Una anualidad es un producto financiero que periódicamente mantiene pagos del titular de la anualidad en cantidades fijas sobre un período de tiempo específico. Los pagos futuros de una anualidad hacen que el titular de la anualidad gane intereses hasta el día de pago. Si la anualidad fuera vendida, su valor se basará en la suma de pagos futuros después de retirar el interés aún por ganar. Este valor se llama "valor presente", dado que no incluye el interés ganado en el futuro. Puedes obtener el valor presente fácilmente si conoces el número de pagos pendientes, la tasa nominal de la anualidad y las cantidades a pagar.

Valor futuro (FV) de un monto invertido (por ejemplo, en una cuenta de depósito) a una cierta tasa de interés. Valor futuro de una anualidad (FVA) es el valor futuro de un flujo de pagos (anualidades), donde se asume que los pagos se reinvierten a una determinada tasa de interés.

La Renta: es la cantidad que paga la anualidad en cada periodo

Cálculos de problemas para la búsqueda de respuestas de casos complejos.

Ejercicios Propuestos

- 1- Una deuda será cancelada mediante rentas semanales de 15.000 durante diez años con una tasa de interés del 15% para el primer año, una de 12% para el años dos y tres, una tasa del 16% para los años cuatro y cinco, una tasa del 20% para el medio año del sexto, una tasa del 24% para el siguiente año y medio y una tasa del 26% para el resto. Con un giro de 100.000 al final del sexto año y uno de 200.000 al final del quinto. Determine el monto de la deuda.
- 2- Un crédito de 5.000.000 será cancelado mediante rentas bimestrales durante ocho años a excepción de los años uno, tres, cinco y siete con una tasa del 12% y un giro especial de 300.000 al final del séptimo año. Determine el monto de las rentas.
- 3- Una deuda será cancelada mediante rentas quincenales de 25.000 durante diez años con una tasa de interés del 15% para el primer año, una de 12% para el años dos y tres, una tasa del 16% para los años cuatro y cinco, una tasa del 20% para el medio año del sexto, una tasa del 24% para el siguiente año y medio y una tasa del 26% para el

resto. Con un giro de 100.000 al final del sexto año y uno de 200.000 al final del quinto. Determine el monto de la deuda.

4- Un crédito de 5.000.000 será cancelado mediante rentas trimestrales durante ocho años a excepción de los años uno, tres, cinco y siete con una tasa del 14% y un giro especial de 300.000 al final del séptimo año. Determine el monto de las rentas.

5- Una deuda de 3.000.000 será cancelada mediante rentas quincenales durante diez años con una tasa de interés del 15% para el primer año, una de 12% para los años dos y tres, una tasa del 16% para los años cuatro y cinco, una tasa del 20% para el medio año del sexto, una tasa del 24% para el siguiente año y medio y una tasa del 26% para el resto. Con un giro de 100.000 al final del sexto año y uno de 200.000 al final del quinto. Determine el monto de la renta.

6- Un crédito será cancelado mediante rentas trimestrales de 10.000 durante ocho años a excepción de los años uno, tres, cinco y siete con una tasa del 14% y un giro especial de 300.000 al final del séptimo año. Determine el monto del crédito.

7- Una deuda será cancelada mediante rentas trimestrales de 30.000 para el año 1 y 2, rentas semestrales de 40.000 para el año 3, rentas bimestrales de 50.000 para el año 4 y 5, rentas mensuales de 60.000 para el año 6 y 7 y rentas quincenales de 10.000 para los años 8,9 y 10. Con una tasa del 21% y un giro especial de 80.000 al final del año uno. Determine el monto de la deuda.

8- Un crédito de 100.000 será cancelado mediante rentas semanales durante nueve años a excepción de los años uno y dos, cuatro, seis y ocho con una tasa del 19% y un giro especial de 15.000 al final del año ocho. Determine el monto de las rentas.

9- Una deuda será cancelada mediante rentas semestrales de 30.000 para el año 1 y 2, rentas quincenales de 40.000 para el año 3, rentas bimestrales de 50.000 para el año 4 y 5, rentas semanales de 60.000 para el año 6 y 7 y rentas diarias de 10.000 para los años 8,9 y 10. Con una tasa del 20% y un giro especial de 80.000 al final del año uno. Determine el monto de la deuda.

10- Un crédito de 500.000 será cancelado mediante rentas bimestrales durante nueve años a excepción de los años uno y dos, cuatro, seis y ocho con una tasa del 19% y un giro especial de 15.000 al final del año ocho. Determine el monto de las rentas.

11- Una deuda de 400.000 será cancelada mediante rentas semestrales durante nueve años a excepción de los años uno, tres, cinco y siete con una tasa del 18% y un giro al final del tercer año por 10.000. Determine el monto de las rentas.

12- Un crédito será cancelado mediante rentas trimestrales para el primer año de Bs. 2000, rentas semanales para el año dos y tres de 3000, rentas quincenales para la primera mitad del año cuatro por 4000 y rentas anuales para la segunda mitad del año cuatro por 6000, rentas bimestrales para el año cinco por 5000, rentas mensuales para el año seis y siete de 7000, rentas diarias para el siguiente año y medio de 5600, rentas cuatrimestrales de 8000 para la

segunda mitad del año nueve. Con una tasa del 15% y un giro de 60.000 al final del cuarto año. Determine el monto de crédito.

13- Una deuda de 700.000 será cancelada mediante rentas semanales durante doce años a excepción del año dos cuatro, seis, ocho y diez con una tasa del 21% y un giro de 10.000 al final del año uno. Determine el monto de las rentas.

14- Una deuda de 800.000 será cancelada mediante rentas bimestrales durante once años con una tasa de interés del 8% para el año uno y dos, una tasa del 9% para el año tres, una tasa del 10% para el siguiente año y medio, una tasa de 11% para dos años y medio siguiente, una tasa de 14% para el año ocho y una tasa del 16% para el resto. Determine el monto de las rentas.

UNIDAD V

AMORTIZACIÓN Y FONDOS DE AMORTIZACIÓN

Un compromiso financiero, adquirido el día de hoy, va a ser cubierto por una serie de pagos periódicos que se desglosan en dos partes:

- 1- Una parte cubre el interés vencido de la deuda en ese período.
- 2- La parte restante se convierte en abono al capital.

Es decir: la deuda contraída se extingue mediante una serie definida de pagos periódicos iguales; en cada uno de estos pagos, se descuenta el valor del interés periódico vencido y la parte sobrante se abona el capital (CISSELL, CISSELL, & FLASPOHLER, 1996); este proceso se denomina Amortización.

Por tratarse de una anualidad del tipo ordinaria y vencida, el valor del pago periódico se lo determina como:

$$R = \frac{VA \times i}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$$

Dónde:

R: Pago periódico,

VA: Valor actual de la anualidad (Valor de la deuda el día de hoy),

i: Tasa periódica, (tasa nominal anual ÷ frecuencia de capitalización),

n: Número de pagos.

Cuadros de amortización.

La tabla de amortización, es un registro numérico de la historia del préstamo; en esta tabla se indica, período a período, los pagos realizados, el desglose para el cubrimiento de los intereses, el abono al capital y el saldo insoluto; es decir, el valor de la deuda luego de haber realizado el pago (MORA Zambrano, 2010).

La tabla de amortización, tiene tantos períodos como pagos se deben realizar, dispone de la siguiente estructura:

Pago periódico o Renta

Abono al capital o amortización parcial

Saldo insoluto después del pago o amortización acumulada.

Periodo	Capital	Interés	Renta	amortización parcial	amortización acumulada

CONSIDERACIONES PARA LA ELABORACIÓN DE LA TABLA DE AMORTIZACIÓN

- 1- El Saldo Insoluto Antes del Pago (*SIAP*) para el primer pago, es el valor de la deuda al inicio de la transacción.
- 2- El interés periódico vencido (*IPV*), se determina multiplicando el saldo insoluto antes del pago, por la tasa periódica de interés, es decir:

$$IPV = SIAP \times i$$

- 3- El pago periódico es el valor *R*, es un valor constante, para todo el proceso de amortización.
- 4- El abono al capital (*AC*) es la diferencia entre el pago periódico y el interés vencido, es decir:

$$AC = R - IPV$$

- 5- El Saldo Insoluto Después del Pago (*SIDP*), es la diferencia entre el saldo insoluto antes del pago y el Abono al capital, es decir:

$$SIDP = SIAP - AC$$

- 6- El saldo insoluto antes de un pago, es igual al saldo insoluto de la deuda una vez realizado el pago anterior (efecto zeta).
- 7- El saldo insoluto después del último pago, es igual a cero; con lo cual se habrá extinguido la deuda.

1- Una deuda de \$ 20000 debe amortizarse con 12 pagos mensuales vencidos. Hallar el valor de éstos, a la tasa efectiva del 8% capitalizable mensualmente y elaborar un cuadro de amortización correspondiente.

$$20000 = VA$$

$$20000 = \frac{[1 - (1 + i)^{-n}]}{i}$$

$$20000 = R(1 - (1 + 0.006666666)^{-12}) / 0.006666666$$

$$20000 = 11.49578185R$$

$$R = 20000 / 11.49578185$$

$$R = 1.739,77$$

Periodo	Capital	Interés	Renta	Amortización parcial	Amortización Acumulada
1	20000	133,33	1 739,77	1 606,44	1606,44
2	18 393,56	122,62	1 739,77	1 617,14	3223,58
3	16 776,42	111,84	1 739,77	1 627,93	4851,51
4	15 148,49	100,99	1 739,77	1 638,78	6490,29
5	13 509,72	90,06	1 739,77	1 649,70	8139,99
6	11 860,01	79,07	1 739,77	1 660,70	9800,69
7	10 199,31	68,00	1 739,77	1 671,77	11472,46
8	8 527,54	56,85	1 739,77	1 682,92	13155,38
9	6 844,62	45,63	1 739,77	1 694,14	14849,52
10	5 150,48	34,34	1 739,77	1 705,43	16554,95
11	3 445,05	22,97	1 739,77	1 716,80	18271,75
12	1 728,25	11,52	1 739,77	1 728,25	20000

Amortización de una deuda.

Se debe pagar una deuda de \$ 60000 en 18 meses, con el siguiente plan de pagos: cuotas mensuales iguales con una tasa de interés del 15%, capitalizable mensualmente pagaderas a partir del quinto mes. Determine el valor del pago periódico y construya la tabla de amortización hasta cancelar la deuda.

$VA = 60000$

$R \times [1 - (1 + i)^{-n}]$
 $i \times (1 + i) = 60000$

$R = \frac{60000 \times i \times (1 + i)}{[1 - (1 + i)^{-n}]}$ $R = \frac{[60000 \times 0.0125 \times (1 + 0.0125)^4]}{[1 - (1 + 0.0125)^{-14}]}$

$R = \$ 4.937,67$

Periodo	Capital	Interés	Renta	Amortización parcial	Amortización acumulada
1	60000	750,00	-	(750,00)	60 750,00
2	60 750,00	759,38	-	(759,38)	61 509,38
3	61 509,38	768,87	-	(768,87)	62 278,24
4	62 278,24	778,48	-	(778,48)	63 056,72
5	63 056,72	788,21	4 937,67	4 149,46	58 907,26
6	58 907,26	736,34	4 937,67	4 201,32	54 705,94
7	54 705,94	683,82	4 937,67	4 253,84	50 452,10
8	50 452,10	630,65	4 937,67	4 307,01	46 145,08
9	46 145,08	576,81	4 937,67	4 360,85	41 784,23
10	41 784,23	522,30	4 937,67	4 415,36	37 368,87
11	37 368,87	467,11	4 937,67	4 470,55	32 898,31
12	32 898,31	411,23	4 937,67	4 526,44	28 371,88
13	28 371,88	354,65	4 937,67	4 583,02	23 788,86
14	23 788,86	297,36	4 937,67	4 640,30	19 148,55
15	19 148,55	239,36	4 937,67	4 698,31	14 450,25
16	14 450,25	180,63	4 937,67	4 757,04	9 693,21
17	9 693,21	121,17	4 937,67	4 816,50	4 876,71
18	4 876,71	60,96	4 937,67	4 876,71	0

Ejercicios Propuestos

- 1- Un crédito será cancelado mediante rentas semestrales durante cinco años de bolívares 66.000 más un giro especial de 45.000 al final del año tres y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 2- Un crédito de 1.800.000 será cancelado mediante rentas trimestrales durante tres años de más un giro especial de 47.000 al final del año tres y una tasa de interés del 12%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 3- Un crédito de 900.000 será cancelado mediante rentas mensuales durante un año de más un giro especial de 45.000 al final de medio año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 4- Un crédito será cancelado mediante rentas cuatrimestrales durante cuatro años de bolívares 56.000 más un giro especial de 45.000 al final del año tres y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 5- Un crédito será cancelado mediante rentas anuales durante diez años de bolívares 76.000 más un giro especial de 45.000 al final del año cinco y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 6- Un crédito de 1.000.000 será cancelado mediante rentas bimestrales durante dos años más un giro especial de 45.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 7- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas bimestrales durante dos años más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 8- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas trimestrales durante tres años más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 18%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 9- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas mensuales durante un año más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 10- Un crédito será cancelado mediante rentas semestrales durante cinco años de bolívares 56.000 más un giro especial de 45.000 al final del año tres y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 11- Un crédito de 800.000 será cancelado mediante rentas trimestrales durante tres años de más un giro especial de 45.000 al final del año tres y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.

- 12- Un crédito de 900.000 será cancelado mediante rentas mensuales durante un año de más un giro especial de 45.000 al final de medio año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 13- Un crédito será cancelado mediante rentas cuatrimestrales durante cuatro años de bolívares 56.000 más un giro especial de 45.000 al final del año tres y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 14- Un crédito será cancelado mediante rentas anuales durante diez años de bolívares 76.000 más un giro especial de 45.000 al final del año cinco y una tasa de interés del 13%. Determine el monto del crédito y la tabla de amortización.
- 15- Un crédito de 1.000.000 será cancelado mediante rentas anuales durante diez años más un giro especial de 45.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 16- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas bimestrales durante dos y medio años más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 17- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas semestrales durante cinco años más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.
- 18- Un crédito de 2.000.000 será cancelado mediante rentas cuatrimestrales durante dos años y medio más un giro especial de 55.000 al final del segundo año y una tasa de interés del 15%. Determine el monto de la renta y la tabla de amortización.

BIBLIOGRAFÍA

A. Redondo “Curso Practico de Matemáticas Financiera”

Carlos Ramírez, Milton García, Cristo Pantoja y Ariel Zambrano “**Fundamentos de matemáticas financieras**”
Pie de la Popa Calle. Real No. 20-177, Cartagena de Indias. Colombia. América del Sur.

Francisco Gómez Rondón “Matemáticas Financieras” “**Matemáticas Financiera**” **Abrahan Jaguan Vol. I –II**

Herrera Arauz, Daniel Eugenio. “**Matemática Financiera**”. **Quito, mayo del año 2015.**

Juan Miguel Senior / Frederick Senior “**Matemáticas Financieras**”

Villalobos Pérez, José Luis. **Matemáticas Financieras. 3ª Edición. Pearson. 2007.**

BIBLIOGRAFÍA ELECTRÓNICA

<http://csh.izt.uam.mx/cursos/gerardo/uam/matefin/amortización.pdf>. (2015).

<http://www.monografias.com/trabajos29/matematicas-financieras-intro/matematicas-financierasintro.Shtml>. (2015).

(<http://www.economia.so/2013/10/dinero>, 2013)